

Braulio de Diego Martín

Catedrático de Matemáticas de Enseñanza Secundaria (excedente).
Profesor Titular de Escuela Universitaria. Universidad de Alcalá de Henares.

Agustín Llerena Achútegui

Catedrático de Matemáticas de Enseñanza Secundaria.
Profesor Asociado. Universidad de Alcalá de Henares.

Francisco José Baena Muñoz

Profesor de Enseñanza Secundaria.

María Belén Rodríguez Rodríguez

Profesora de Enseñanza Secundaria.

José Manuel Gamboa Mutuberría

Catedrático de Álgebra. Universidad Complutense de Madrid.

José María Lorenzo Magán

Profesor de Enseñanza Secundaria.
Profesor Asociado. Universidad Complutense de Madrid.

Bruno Salgueiro Fanego

Profesor de Enseñanza Secundaria.

PROBLEMAS DE OPOSICIONES MATEMÁTICAS

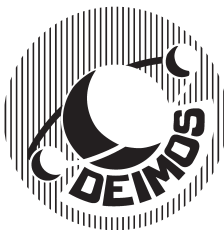
177

PROBLEMAS

Tomo 5

(2006 a 2012)

2.^a EDICIÓN



*Preparación del ejercicio
práctico de las Oposiciones
al Cuerpo de Profesores de
Enseñanza Secundaria*

© Los autores
© Editorial Deimos
Glorieta del Puente de Segovia, 3
28011 Madrid
Tel.: 91 479 23 42 y 669 31 64 06
www.academiadeimos.es
editorial@academiadeimos.es

Reservados todos los derechos. Ni todo ni parte de este libro pueden reproducirse o transmitirse, utilizando medios electrónicos o mecánicos, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin permiso por escrito del editor.

I.S.B.N: 978-84-86379-32-2 (Obra completa)
I.S.B.N: 978-84-86379-88-9 (Tomo 5, 2.^a edición)
Depósito legal: M-30155-2014

Prólogo

Siempre es motivo de satisfacción que un libro llegue a ver una segunda edición. Complacidos de que haya sido así, presentamos al lector la segunda edición del quinto volumen de la colección *Problemas de Oposiciones a Profesores de Enseñanza Secundaria. Matemáticas*, cuyo primer volumen recogía problemas propuestos en las citadas oposiciones desde 1969. En este quinto volumen se resuelven los problemas propuestos desde 2006 a 2012 por los tribunales que han juzgado las oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria, en la especialidad de Matemáticas, en las diferentes Comunidades Autónomas.

En esta segunda edición del quinto volumen de problemas se ha incorporado alguna nueva solución más inteligente que la que nosotros escribimos en la primera edición, se han añadido algunas observaciones a determinados problemas que contribuyen a su mejor entendimiento y, por supuesto, hemos corregido alguna errata que nos pasó desapercibida en nuestras revisiones de la primera edición.

El lector encontrará al inicio del libro un índice cronológico en el que los problemas aparecen ordenados según el año de celebración de la Oposición y la Comunidad en la que fueron propuestos, además de un índice temático de problemas, en el que el lector podrá encontrar todos aquellos referidos a un mismo concepto matemático.

Los problemas que aparecen en el libro que ya fueron propuestos en anteriores convocatorias y que figuran resueltos en los volúmenes 1, 2, 3 o 4 de la colección *Problemas de Oposiciones. Matemáticas* (véanse las Publicaciones del final del libro) no se resuelven nuevamente, salvo en aquellos casos en los que se nos ha ocurrido una solución distinta de la que figuraba en volúmenes anteriores. En caso contrario, remitimos al lector al volumen de los anteriores en el que figura resuelto el problema.

En muchos de los problemas propuestos por primera vez entre 2006 y 2012 hemos presentado más de una solución y, en casi todos, hemos incluido unas Observaciones al final de cada problema en las que se enuncian y demuestran resultados que evitarán que el lector tenga que recurrir a terceros libros para entender las soluciones que se presentan. Es por ello que algunas soluciones aparecen extensas en longitud, producto de nuestro interés en dar tantas explicaciones como sean necesarias para que el lector entienda con claridad lo que escribimos.

En alguno de los problemas hemos preferido cambiar el enunciado original del problema que se propuso en la Oposición por otro más general que lo engloba y del que aquél es un caso particular. El lector aprenderá así, no sólo a resolver el problema que se propuso, sino que será capaz de resolver todo un tipo de problemas similares al que se planteó en la Oposición.

Por último, queremos agradecer la colaboración de todos aquéllos que han contribuido a que esta segunda edición mejore a la primera y de todos cuantos confían en nuestra aptitud a la hora de escribir Matemáticas. Es posible que nos falte talento o ingenio, pero a buen seguro que no nos falta voluntad para intentar escribir libros mejores.

Madrid, Noviembre 2014

LOS AUTORES

Índice cronológico de problemas

Año 2002

Baleares. Opción A..... 02.6, 02.7, 02.8, 02.9, 02.10

Baleares. Opción B..... 02.11, 02.12, 02.13, 02.14, 02.15

Baleares. Opción C..... 02.16, 02.17, 02.18, 02.19, 02.20

Baleares. Turno libre..... 02.1, 02.2, 02.3, 02.4, 02.5

Año 2006

Andalucía..... 06.6, 06.27, 06.66, 06.73, 06.80, 06.94, 06.114

Asturias..... 06.5, 06.31, 06.50, 06.61, 06.78, 06.113

Baleares. Opción A..... 06.26, 06.53, 06.56, 06.90, 06.108

Baleares. Opción B..... 06.2, 06.14, 06.34, 06.49, 06.67

Canarias. Cuestionario..... 06.1, 06.4, 06.9, 06.13, 06.15, 06.18, 06.22, 06.25,
06.29, 06.32, 06.35, 06.38, 06.41, 06.45, 06.48,
06.51, 06.65, 06.68, 06.115, 06.116

Canarias. Opción B.....	06.71, 06.74, 06.79, 06.87, 06.89, 06.91, 06.93, 06.95, 06.97, 06.99
Canarias. Opción D.....	06.55, 06.58, 06.62, 06.82, 06.85, 06.101, 06.103, 06.105, 06.107, 06.109
Cantabria.....	06.23, 06.39, 06.72, 06.111
Castilla – La Mancha.....	06.19, 06.44, 06.86, 06.110
Castilla y León.....	06.20, 06.43, 06.84, 06.112
Ceuta.....	06.17, 06.40, 06.70, 06.100
Comunidad Valenciana.....	06.24, 06.42, 06.75, 06.106
Extremadura.....	06.10, 06.28, 06.46, 06.57, 06.69, 06.104
Galicia.....	06.3, 06.16, 06.21, 06.33, 06.47, 06.60, 06.77, 06.88
La Rioja.....	06.12, 06.37, 06.63, 06.92, 06.102
Madrid.....	06.8, 06.30, 06.52, 06.64, 06.83, 06.96
Melilla.....	06.7, 06.54, 06.81, 06.98
Murcia.....	06.11, 06.36, 06.59, 06.76, 06.117

Año 2008

Comunidad Valenciana..... 08.4, 08.5, 08.6

Madrid..... 08.1, 08.2, 08.3

Año 2009

Comunidad Valenciana..... 09.1, 09.2, 09.3, 09.4, 09.5, 09.6, 09.7, 09.8, 09.9,
09.10, 09.11, 09.12, 09.13, 09.14, 09.15, 09.16,
09.17, 09.18, 09.19, 09.20, 09.21

Año 2010

Comunidad Valenciana..... 10.5, 10.6, 10.7, 10.8

Madrid..... 10.1, 10.2, 10.3, 10.4

Año 2012

Cantabria..... 12.1, 12.2, 12.3, 12.4, 12.5

Índice temático de problemas

Números y combinatoria

- Sistemas de numeración..... 06.28, 06.55, 06.106, 06.107
- Combinatoria. Principio de Reflexión.... 02.3, 02.12, 06.34, 06.52, 06.66, 09.8
- Divisibilidad en \mathbb{Z} . Números primos..... 02.18, 06.8, 06.14, 06.19, 06.20, 06.28,
06.45, 06.58, 06.106, 09.18, 10.5
- Congruencias..... 06.8, 06.14, 06.19, 06.28, 09.18, 10.5
- Progresiones aritméticas y geométricas...06.16, 06.37, 06.41, 06.55, 06.91, 10.8

Álgebra

- Estructuras algebraicas..... 06.22, 06.27, 08.4
- Espacios vectoriales..... 06.39, 06.42, 06.70, 06.96, 06.114
- Aplicaciones lineales.....02.7, 06.70, 06.71, 09.5, 12.2

Polinomios. Divisibilidad y raíces.....	02.1, 02.6, 02.18, 12.1, 06.10, 06.11, 06.16, 06.30, 06.55, 06.115
Ecuaciones algebraicas.....	02.11, 02.20, 06.5, 06.8, 06.11, 06.15, 06.16, 06.32, 06.43, 09.19, 10.2
Sistemas de ecuaciones.....	02.1, 02.6, 06.74
Ecuaciones diofánticas.....	02.18, 06.2, 06.8, 06.57, 06.86, 06.90
Matrices. Diagonalización.....	06.9, 06.10, 06.27, 06.39, 06.53, 06.85, 08.4, 09.5, 12.2
Determinantes. Matriz inversa.....	02.2, 02.16, 02.20, 06.47, 06.92, 06.114, 09.5
Producto escalar	02.1, 02.11, 06.2, 06.42
Programación lineal.....	06.101, 09.14

Cálculo diferencial

Números reales. Parte entera.....	06.7, 06.8, 06.20, 06.68, 06.109, 12.1, 12.3
Sucesiones recurrentes.....	02.19, 06.6, 06.78, 06.88, 06.92, 06.96, 06.112, 06.114, 09.4, 09.17

Límites de sucesiones.....	02.4, 02.10, 06.6, 06.31, 06.33, 06.37, 06.83, 06.96, 09.4, 09.17, 10.6
Series numéricas.....	02.5, 02.13, 06.4, 06.23, 06.41, 06.50, 06.75, 09.17
Números complejos.....	02.15, 06.10, 06.12, 06.32, 06.55, 06.85, 10.2
Funciones reales.....	02.19, 06.26, 06.40, 06.48, 06.110
Límites y continuidad de una función....	02.7, 02.10, 06.18, 06.49, 06.51, 09.16, 10.4,
Límites en problemas geométricos.....	06.31, 06.23, 08.2
Sucesiones de funciones.....	02.10, 06.84
Derivada de una función.....	06.47, 06.61, 09.16, 10.4
Teorema del valor medio.....	02.4, 02.10, 06.47, 06.59, 10.4
Máximos y mínimos.....	06.101, 09.11, 09.14
Máximos y mínimos en problemas geométricos.....	06.24, 06.30, 06.54, 06.76, 06.115, 09.1, 09.20, 10.1
Desarrollo limitado de una función.....	02.4, 06.47

Gráfica de una función
en coordenadas rectangulares..... 06.72, 09.16

Gráfica de una función
en coordenadas polares.....06,21, 06.63, 06.69, 06.95

Series de potencias..... 06.75, 09.11

Cálculo integral

Integral definida. Propiedades..... 02.5, 02.10, 02.13, 02.17, 06.26, 06.40,
06.42, 06.46, 06.79, 06.83, 08.6, 09.12,
09.21, 12.2, 12.3

Cálculo de primitivas.....06.47, 06.82,

Longitud de una curva..... 06.63, 06.72, 06.73

Área encerrada por una curva.....02.5, 02.13, 06.21, 06.31, 06.63, 06.69,
06.73, 06.79, 08.2

Áreas y volúmenes de revolución..... 02.17, 06.3, 06.46, 09.3, 09.12

Integrales paramétricas..... 08.6

Integración aproximada..... 06.83, 09.6

Geometría

Fórmulas y ecuaciones trigonométricas...	02.9, 06.30, 06.42, 06.106, 06.108, 10.2
Semejanza. Teorema de Thales.....	02.2, 02.8, 02.16, 02.17, 06.30, 06.46, 06.98
Geometría del triángulo	02.2, 02.8, 02.16, 06.1, 06.12, 06.17, 06.29, 06.30, 06.31, 06.35, 06.64, 06.67, 06.97, 06.98, 06.106, 06.113, 09.2, 09.10, 09.20, 10.1, 10.8
Polígonos. Áreas de polígonos.....	06.12, 06.25, 06.29, 06.30, 10.8
Circunferencia. Ángulos. Potencia.....	02.8, 06.17, 06.23, 06.31, 06.33, 06.56, 06.87, 08.5
Problemas de tangencia.....	06.17, 06.23, 06.56, 06.62, 06.93, 06.106, 08.1, 09.3, 09.9, 09.10, 09.17
Áreas de segmentos y sectores.....	06.31, 08.2, 09.3, 09.17
Movimientos en el plano. Homotecias.....	06.10
Curvas planas. Envoltentes.....	06.33, 06.44, 09.13, 10.5
Problemas métricos en el plano.....	06.13, 06.24, 06.113, 09.1, 09.7, 09.10

Lugares geométricos en el plano.....	06.43, 06.62, 06.69, 06.87, 06.94, 08.1, 09.7, 09.9
Elipse, parábola e hipérbola.....	06.43, 06.44, 06.56, 06.76, 06.77, 06.93, 08.1, 09.13
Clasificación de cónicas.....	06.43, 06.62, 06.77, 09.9, 09.13
Sólidos platónicos y arquimedianos.....	06.116
Problemas métricos en el espacio.....	02.14, 06.76, 06.105

Estadística y Probabilidad

Probabilidad. Regla de Laplace.....	02.3, 02.12, 06.36, 06.38, 06.50, 06.52, 06.81, 06.99, 06.104, 06.111, 08.3, 09.15, 10.3
Probabilidades geométricas.....	06.38, 06.81, 06.104, 06.111, 09.2, 09.15, 09.19, 10.7
Probabilidad compuesta, Teorema de la probabilidad total, Teorema de Bayes	06.36, 06.60, 06.65, 06.75, 06.80, 06.86, 06.88, 06.90, 06.100, 06.112, 08.3, 09.8, 10.3

Variables aleatorias discretas..... 06.36, 06.60, 06.75, 06.89, 06.100,
09.11

Variables aleatorias continuas 06.89, 06.100, 06.102, 06.38, 06.81,
09.19, 12.4

Test de hipótesis..... 06.103

Didáctica de las Matemáticas

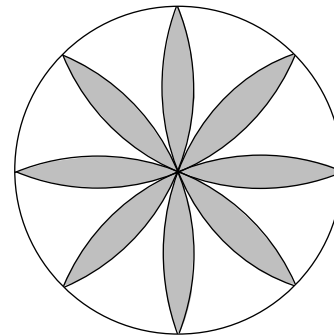
Currículo de Secundaria y Bachillerato.

Propuestas didácticas..... 06.6, 06.27, 06.66, 06.73, 06.80, 06.94,
06.114, 06.117

Un par de problemas extraídos del Volumen 5

Problema 06.31. (páginas 149 a 151)

Se dibujan rosetas regulares de n pétalos en el interior de un círculo ($n > 2$). Cada arco de pétalo se obtiene al dividir una circunferencia en n partes iguales. La figura adjunta muestra el caso $n = 8$. ¿Cuál es el límite de la fracción del área del círculo que ocupan las rosetas cuando n tiende a infinito?

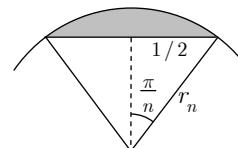


(Asturias)

Solución:

Por evidentes razones de semejanza, podemos suponer que el radio del círculo de la figura es 1. Según el enunciado, cada pétalo es la unión disjunta de dos segmentos circulares idénticos, cada uno de los cuales se obtiene al dividir una circunferencia de radio r_n a determinar en n partes iguales.

El ángulo central que abarca dicho segmento sobre la citada circunferencia es $\frac{2\pi}{n}$, así es que como la longitud de la correspondiente cuerda es 1, deducimos:



$$\operatorname{sen} \frac{\pi}{n} = \frac{\frac{1}{2}}{r_n} \Rightarrow r_n = \frac{1}{2 \operatorname{sen} \frac{\pi}{n}}$$

El área del segmento circular puede obtenerse como la diferencia entre el área de un sector circular y el área de un triángulo. El área del sector es la n -ésima parte del área del círculo, es decir,

$$\frac{\pi r_n^2}{n} = \frac{\pi}{4n \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{n}}$$

El área del triángulo es el semiproducto de dos de sus lados por el seno del ángulo que forman, esto es,

$$\frac{1}{2} r_n^2 \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4 \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{n}} \cdot \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n} = \frac{\operatorname{sen} \frac{2\pi}{n}}{8 \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{n}}$$

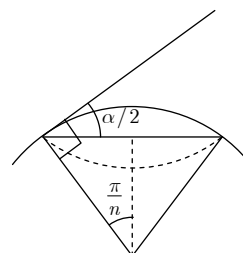
El área del segmento circular es así:

$$\frac{\pi}{4n \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{n}} - \frac{\operatorname{sen} \frac{2\pi}{n}}{8 \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{n}} = \frac{2\pi - n \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n}}{8n \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{n}}$$

y el área que encierra cada pétalo de la roseta es:

$$2 \cdot \frac{2\pi - n \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n}}{8n \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{n}} = \frac{2\pi - n \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n}}{4n \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{n}}$$

Los pétalos de la roseta no se superponen los unos a los otros, pues si α es el ángulo que forman las tangentes a los dos arcos de cada pétalo en el centro del círculo de radio 1, es $\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{n}$ (los lados que forman el ángulo $\frac{\alpha}{2}$ son respectivamente perpendiculares a los lados que forman el



ángulo $\frac{\pi}{n}$). Así, $\alpha = \frac{2\pi}{n}$ y cada pétalo es tangente en el centro del círculo de radio 1 al pétalo contiguo.

El área de la roseta es n veces el área de cada pétalo, a saber:

$$n \cdot \frac{2\pi - n \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n}}{4n \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{n}} = \frac{2\pi - n \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n}}{4 \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{n}}$$

y la fracción p_n del área del círculo de radio 1 que ocupa la roseta es:

$$p_n = \frac{2\pi - n \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n}}{4\pi \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{n}}$$

fracción a la que debemos calcular el límite cuando $n \rightarrow \infty$. Recordando que $\lim_{n \rightarrow \infty} n \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} n \cdot \frac{2\pi}{n} = 2\pi$ por ser $\operatorname{sen} x \sim x$ cuando $x \rightarrow 0$, el límite a calcular es una indeterminación $\frac{0}{0}$. Para resolverla, usamos desarrollos limitados de las funciones “seno” y “seno cuadrado” en el origen. Por un lado,

$$\operatorname{sen} x = x - \frac{x^3}{6} + o(x^3),$$

y por otro, como es $\operatorname{sen} x \sim x$ cuando $x \rightarrow 0$, también es $\operatorname{sen}^2 x \sim x^2$, es decir, $\operatorname{sen}^2 x = x^2 + o(x^2)$ cuando $x \rightarrow 0$, y podemos concluir que:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} p_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\pi - n \operatorname{sen} \frac{2\pi}{n}}{4\pi \operatorname{sen}^2 \frac{\pi}{n}} = \frac{1}{4\pi} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2\pi - n \left[\frac{2\pi}{n} - \frac{8\pi^3}{6n^3} + o\left(\frac{1}{n^3}\right) \right]}{\frac{\pi^2}{n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right)} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{4\pi} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{4\pi^3}{3n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right)}{\frac{\pi^2}{n^2} + o\left(\frac{1}{n^2}\right)} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{3} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4\pi^3 + 3n^2 \cdot o\left(\frac{1}{n^2}\right)}{\pi^2 + n^2 \cdot o\left(\frac{1}{n^2}\right)} = \frac{1}{4\pi} \cdot \frac{1}{3} \cdot 4\pi = \\
 &= \frac{1}{3}
 \end{aligned}$$

pues

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^2 \cdot o\left(\frac{1}{n^2}\right) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{o\left(\frac{1}{n^2}\right)}{\frac{1}{n^2}} = 0$$

Problema 06.90. (páginas 360 a 362)

Si de una urna que sólo contiene bolas blancas y bolas negras, idénticas salvo en el color, extraemos dos bolas al azar sin reemplazamiento, la probabilidad de que sean del mismo color es $\frac{1}{2}$. ¿Cuántas bolas de cada color contiene la urna?

(Balears. Opción A)

Un problema muy similar a éste es el 06.86 de este mismo volumen.

Solución:

Obtendremos todas las configuraciones de la urna que proporcionan la probabilidad $1/2$ del enunciado. Sea b el número de bolas blancas y n el número de bolas negras en la urna. Aceptamos, según una lectura rigurosa del enunciado, que son $b, n \geq 1$. La probabilidad de obtener dos bolas del mismo color es la suma de la probabilidad de obtener dos bolas blancas y la de obtener dos negras, es decir,

$$\frac{b}{b+n} \cdot \frac{b-1}{b+n-1} + \frac{n}{b+n} \cdot \frac{n-1}{b+n-1} = \frac{1}{2}$$

o bien,

$$\frac{b(b-1) + n(n-1)}{(b+n)(b+n-1)} = \frac{1}{2}$$

Al quitar denominadores en la ecuación anterior y agrupar convenientemente, se tiene:

$$2b(b-1) + 2n(n-1) = (b+n)(b+n-1) \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow b^2 - 2bn + n^2 = b+n \quad \Leftrightarrow (b-n)^2 = b+n$$

Queda así una ecuación diofántica para cuya resolución resulta apropiado llamar $b-n=k$, y por tanto, $b+n=k^2$, donde $k \in \mathbb{Z}$ y $k^2 \geq 2$ por ser $b, n \geq 1$. El número de bolas de cada color en la urna se obtiene así resolviendo el sistema:

$$\begin{cases} b+n = k^2 \\ b-n = k \end{cases}$$

cuyas soluciones son:

$$b = \frac{k(k+1)}{2}, \quad n = \frac{k(k-1)}{2}$$

donde $k \in \mathbb{Z}$ y $|k| \geq 2$.

OBSERVACIONES

Si las extracciones de las dos bolas se llevasen a cabo con reemplazamiento, la probabilidad de obtener dos bolas del mismo color es, como antes, la suma de las probabilidades de obtener dos bolas blancas y la de obtener dos bolas negras, es decir,

$$\left(\frac{b}{b+n}\right)^2 + \left(\frac{n}{b+n}\right)^2 = \frac{b^2 + n^2}{(b+n)^2} = \frac{1}{2} \quad \Leftrightarrow \quad 2b^2 + 2n^2 = b^2 + 2bn + n^2 \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad b^2 - 2bn + n^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad (b-n)^2 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad b = n$$

Significa esto que la urna debe contener igual número de bolas blancas que negras para que la probabilidad de extraer dos bolas blancas al sacar de la urna dos bolas con reemplazamiento sea $\frac{1}{2}$.

PUBLICACIONES

- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 1: 1969 a 1980. Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria. Matemáticas.**
Tercera edición. I.S.B.N. 978-84-86379-33-9.
Autores: Braulio de Diego y Elías J. Gordillo.
Obra dedicada a la resolución, con todo detalle, de los 509 problemas propuestos en las citadas oposiciones, en 592 pág., ofreciéndose dos métodos de resolución cuando se ha considerado oportuno.
- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 2: 1981 a 1987. Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria. Matemáticas.**
Segunda edición. I.S.B.N. 978-84-86379-36-0.
Autores: Braulio de Diego y Elías J. Gordillo.
Contiene, en 768 páginas, 773 problemas totalmente¹ resueltos que fueron propuestos en las citadas oposiciones, convocadas tanto por el M.E.C. como por diferentes Autonomías.
- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 3: 1988 a 1995. Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria. Matemáticas.**
Segunda edición. I.S.B.N. 978-84-86379-34-6.
Autores: Braulio de Diego, Agustín Llerena y Mariano Llerena.
Contiene totalmente¹ resueltos 551 problemas propuestos en las citadas oposiciones, en 672 pág., convocadas tanto por el M.E.C. como por diferentes Autonomías.
- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 4: 1996 a 2005. Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria. Matemáticas.**
Segunda edición. I.S.B.N. 978-84-86379-86-5.
Autores: Braulio de Diego, Agustín Llerena, Francisco Baena, M^a Belén Rodríguez, José Manuel Gamboa y José M^a Lorenzo.
Contiene totalmente¹ resueltos 378 problemas propuestos en las citadas oposiciones, en 1004 páginas, convocadas tanto por el M.E.C. como por diferentes Autonomías.
- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 5: 2006 a 2012. Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria. Matemáticas.**
Segunda edición. I.S.B.N. 978-84-86379-88-9
Autores: Braulio de Diego, Agustín Llerena, Francisco Baena, M^a Belén Rodríguez, José Manuel Gamboa, José M^a Lorenzo y Bruno Salgueiro.
Contiene totalmente¹ resueltos 177 problemas propuestos en las citadas oposiciones, en 656 páginas, convocadas tanto por el M.E.C. como por diferentes Autonomías
- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 6: 2014. Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria. Matemáticas.**
I.S.B.N. 978-84-86379-87-2
Autores: Braulio de Diego, Francisco Baena, Agustín Llerena, M^a Belén Rodríguez, José Manuel Gamboa, José M^a Lorenzo y Bruno Salgueiro.
Contiene totalmente¹ resueltos los problemas propuestos en las citadas oposiciones, en 168 páginas, convocadas por las diferentes Autonomías

¹ Los problemas propuestos en convocatorias de años anteriores no se resuelven otra vez, sino que se indica un volumen de la misma colección donde figuran resueltos.

● **TEMAS DE OPOSICIONES A PROFESOR DE ENSEÑANZA SECUNDARIA. Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria. Matemáticas.**

Segunda edición. Tomo 1, I.S.B.N. 978-84-86379-48-3. Tomo 2, I.S.B.N. 978-84-86379-47-6. Tomo 3, I.S.B.N. 978-84-86379-49-0.

Autores: Braulio de Diego, Francisco Padilla y Agustín Llerena.

Obra de 3 volúmenes en la que se desarrollan todos los temas del Temario de Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria, especialidad de Matemáticas

● **PROGRAMACIONES Y UNIDADES DIDÁCTICAS. Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria. Matemáticas.**

Tomo 1, I.S.B.N. 978-84-86379-74-2. Tomo 2, I.S.B.N. 978-84-86379-75-9. Tomo 3, I.S.B.N. 978-84-86379-76-6. Tomo 4, 978-84-86379-77-3.

Autores: Fernando García, Antonio J. López, Manuel López, José M^a Lorenzo, Jorge Quereda, Manuela Redondo y M^a Teresa Sánchez

Figuran desarrolladas las programaciones de las asignaturas de Matemáticas de 1^o y 2^o de E.S.O. en el Tomo 1; 3^o y 4^o (Opciones A y B) de E.S.O. en el Tomo 2; las Matemáticas I y II del Bachillerato de Ciencias y Tecnología en el Tomo 3; y las Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I y II en el Tomo 4. Además, con cada programación se desarrollan al menos quince unidades didácticas.

● **PROBLEMAS DE ÁLGEBRA LINEAL. Primer curso de Escuelas Técnicas, Escuelas Universitarias y Facultades de Ciencias.**

Cuarta edición. I.S.B.N. 978-84-86379-00-1.

Autores: Braulio de Diego, Elías J. Gordillo y Gerardo Valeiras.

Obra dirigida por José Luis Vicente Córdoba (Catedrático de Álgebra de la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Sevilla). Contiene 427 problemas totalmente resueltos y más de 848 cuestiones. Cada capítulo se inicia con un resumen teórico.

Capítulo 1: Matrices. Operaciones elementales. Determinantes. Matriz inversa. Rango o característica de una matriz. Sistemas de ecuaciones lineales: método de reducción de Gauss. Capítulo 2: Espacios vectoriales. Subespacios. Dependencia lineal. Espacio cociente. Base y dimensión. Coordenadas. Cambio de base. Escalonamiento de vectores. Aplicaciones del Teorema de Rouché-Fröbenius. Capítulo 3: Aplicaciones lineales. Núcleo e imagen. Matrices asociadas a una aplicación lineal. Formas lineales. Espacio dual. Capítulo 4: Autovalores y autovalores. Polinomios característico y mínimo. Matrices diagonalizables. Diagonalización de matrices simétricas reales. Formas canónicas de Jordan: métodos de la partición de multiplicidades y de los divisores elementales. Aplicaciones.

● **EJERCICIOS DE ANÁLISIS (CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL). Primer curso de Escuelas Técnicas, Escuelas Universitarias y Facultades de Ciencias.**

Quinta edición. I.S.B.N. 978-84-86379-02-5.

Autor: Braulio de Diego.

Capítulo 1: Interpolación. Capítulo 2: Sucesiones y topología en la recta real. Límites. Capítulo 3: Números complejos. Transformaciones. Capítulo 4: Límites y continuidad de funciones reales de variable real. Capítulo 5: Derivada y diferencial.

Capítulo 6: Teoremas del valor medio. Regla de L'Hôpital. Fórmulas de Taylor y Mac Laurin. Curvas. Capítulo 7: Cálculo de primitivas. Integral definida. Integrales impropias. Convergencia. Capítulo 8: Series numéricas. Sucesiones y series funcionales. Convergencia uniforme. Desarrollo en series de potencias. Capítulo 9: Ecuaciones algebraicas. Aproximación de raíces. Eliminación de incógnitas.



Distribución y pedidos a:

Editorial DEIMOS

Glorieta del Puente de Segovia, n.º 3

28011 MADRID

Teléfonos: 91 479 23 42 y 669 31 64 06

www.academiadeimos.es

editorial@academiadeimos.es