

Academia DEIMOS
Oposiciones: a) Secundaria.
b) Diplomados en
Estadística del Estado.
☎ 669 31 64 06
MADRID
www.academiadeimos.es
<http://academiadeimos.blogspot.com.es>
academia@academiadeimos.es
editorial@academiadeimos.es



OPOSICIONES AL CDEE. CONVOCATORIA 2025. EJERCICIO 1.

ESTADÍSTICA TEÓRICA

- 1.- Defina y explique cómo calcular la covarianza entre dos variables X e Y . Incluya en su explicación las propiedades de la covarianza y sus limitaciones.

Dada una v.a. bidimensional (X, Y) , se define la covarianza entre X e Y , que se denota por $\text{Cov}(X, Y)$, como el momento bidimensional de orden $(1, 1)$ respecto de la media, esto es:

$$\text{Cov}(X, Y) = m_{1,1} = E[(X - E[X])(Y - E[Y])]$$

Es una medida del grado de dependencia lineal de ambas variables.

Cálculo efectivo :

$$\text{Cov}(X, Y) = E[(X - E[X])(Y - E[Y])] = E[XY - XE[Y] - E[Y]Y + E[X]E[Y]] = E[XY] - E[X]E[Y]$$

Propiedades:

- $\text{Cov}(X, Y) = \text{Cov}(Y, X)$.
- $\text{Cov}(a, X) = 0$, siendo a una constante.
- $\text{Cov}(X, X) = V(X)$.
- $\text{Cov}(aX + b, cY + d) = ac \cdot \text{Cov}(X, Y)$.
- Si X e Y son independientes, $\text{Cov}(X, Y) = 0$ (el recíproco no siempre es cierto).

Limitaciones: La principal limitación es que su valor depende de las unidades de medida de las variables, lo que dificulta la interpretación de la intensidad de la relación. Para solventar esto, se utiliza el coeficiente de correlación de Pearson.

- 3.- Explique qué es una variable tipificada y cómo estandarizar o tipificar una variable aleatoria. Indique en qué situaciones es particularmente útil.

Una variable tipificada (o estandarizada) es aquella que tiene media 0 y varianza 1.

Propiedad:

Dada una variable X con media μ y desviación típica σ , entonces la variable :

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

es una variable tipificada, ya que:

- $E[Z] = E\left[\frac{X - \mu}{\sigma}\right] = \frac{\mu - \mu}{\sigma} = 0.$
- $V[Z] = V\left[\frac{X - \mu}{\sigma}\right] = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1.$

Utilidad:

- Permite comparar valores de diferentes poblaciones o variables, cuando veinen medidas en distintas unidades.
- Es fundamental para el uso de tablas de distribución normal estándar $\mathcal{N}(0, 1)$.
- Facilita la detección de valores atípicos (outliers).

- 6.- Sean X_1 y X_2 dos variables aleatorias idénticamente distribuidas, independientes y con media cero; y sean las variables aleatorias:

$$\omega = a_1X_1 + a_2X_2$$

$$\tau = a_1X_1 - a_2X_2$$

¿En qué caso las variables ω y τ estarán incorrelacionadas?

Para que estas dos nuevas variables estén incorrelacionadas, se tiene que verificar que $\text{Cov}(\omega, \tau) = 0$.

Por las propiedades bilineales de la covarianza:

$$\text{Cov}(a_1X_1 + a_2X_2, a_1X_1 - a_2X_2) = a_1^2V(X_1) - a_1a_2\text{Cov}(X_1, X_2) + a_2a_1\text{Cov}(X_2, X_1) - a_2^2V(X_2)$$

Dado que X_1 y X_2 son independientes, entonces $\text{Cov}(X_1, X_2) = 0$, además, $V(X_1) = V(X_2) = \sigma^2$, por lo que

$$\text{Cov}(\omega, \tau) = a_1^2\sigma^2 - a_2^2\sigma^2 = \sigma^2(a_1^2 - a_2^2)$$

$$\text{Cov}(\omega, \tau) = 0 \implies a_1^2 = a_2^2 \implies |a_1| = |a_2|$$

7.- En una población con $E[X] = \theta$ y $E[(X - \theta)^2] = \sigma^2$ se considera el siguiente estimador:

$$\theta^* = \frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^{n+2} X_i$$

Estudie su insesgadez y su consistencia.

Insesgadez:

$$E[\theta^*] = E\left[\frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^{n+2} X_i\right] = \frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^{n+2} E[X_i] = \frac{(n+2)\theta}{n+2} = \theta$$

De este modo, hemos demostrado que es un estimador **insesgado**.

Consistencia: Dado que el estimador es insesgado, su error cuadrático medio coincidirá con su varianza. Para demostrar que es consistente, bastará demostrar que su varianza tiende a 0 cuando $n \rightarrow \infty$:

$$V(\theta^*) = V\left[\frac{1}{n+2} \sum_{i=1}^{n+2} X_i\right] = \frac{1}{(n+2)^2} \sum_{i=1}^{n+2} V(X_i) = \frac{(n+2)\sigma^2}{(n+2)^2} = \frac{\sigma^2}{n+2}$$

Como

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sigma^2}{n+2} = 0$$

este estimador es **consistente**.

- 8.- Un jugador de baloncesto ha lanzado 100 tiros libres, y ha encestado 80 de ellos. Obtenga un intervalo de confianza al 95 % para la probabilidad de encestar un tiro libre, teniendo en cuenta que $z_{\alpha/2} = 1,96$.

Estimador de la proporción poblacional: *Proporción muestral*: $\hat{p} = P_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

Dado que $X_i \sim \mathcal{B}(1, p)$, entonces:

$$E[P_n] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E[X_i] = p \quad , \quad V[P_n] = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n V[X_i] = \frac{p(1-p)}{n}$$

Si el tamaño muestral es suficientemente grande ($n > 30$), la distribución de este estimador se aproxima a una normal y podemos tomar como estadístico pivote:

$$Z = \frac{P_n - p}{\sqrt{\frac{P_n(1-P_n)}{n}}}$$

y el intervalo de confianza será:

$$I_p = \left[P_n - z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{P_n(1-P_n)}{n}}, P_n + z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{P_n(1-P_n)}{n}} \right]$$

Con nuestros datos muestrales: $P_n = \frac{80}{100} = 0,8$, por lo que el intervalo pedido es:

$$I_p = \left[0,8 - 1,96 \sqrt{\frac{0,8 \cdot 0,2}{100}}, 0,8 + 1,96 \sqrt{\frac{0,8 \cdot 0,2}{100}} \right] = [0,7216; ; 0,8784]$$

11.- En la anterior convocatoria el 80% de los opositores al CDEE que estudiaron al menos 4 horas diarias aprobaron, mientras que solamente el 30% de los que estudiaron menos de 4 horas diarias aprobaron. Se sabe además que el 60% de los opositores estudiaron al menos 4 horas diarias.

Se encuesta a un opositor de la anterior convocatoria al azar y se observa que aprobó la oposición. ¿Cuál es la probabilidad de que estudiara al menos 4 horas diarias?

Definimos los sucesos:

- S := "Estudiar al menos horas". Se verifica que $P(S) = 0,6 \implies P(S^c) = 0,4$.
- A := "Aprobar".
- Las probabilidades condicionadas (verosimilitudes) son: $P(A|S) = 0,8$ y $P(A|S^c) = 0,3$.

La probabilidad pedida es $P(S|A)$, que se calcula a través del Teorema de Bayes:

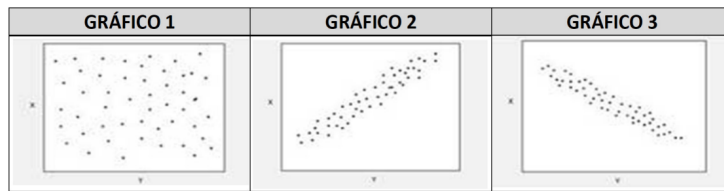
$$P(S|A) = \frac{P(S \cap A)}{P(A)} = \frac{P(S)P(A|S)}{P(S)P(A|S) + P(S^c)P(A|S^c)}$$

Por tanto,

$$P(S|A) = \frac{0,8 \cdot 0,6}{0,8 \cdot 0,6 + 0,3 \cdot 0,4} = \frac{0,48}{0,48 + 0,12} = \frac{0,48}{0,60} = 0,8$$

Estadística descriptiva

2 El diagrama de dispersión o nube de puntos es un gráfico que puede servir para detectar la relación existente entre dos variables. Indique para cada uno de estos gráficos, cómo diría que es la relación entre X e Y. Justifique su respuesta.



Solución:

En el primer gráfico se ve una nube de puntos en la que no se aprecia ninguna relación entre las variables.

En el segundo gráfico se presenta una relación lineal y creciente.

En el tercer gráfico vemos una relación lineal decreciente, posiblemente más intensa que la del gráfico 2 si las escalas son similares, ya que la banda que forma la nube de puntos es más estrecha en el tercer gráfico que en el segundo.

4 Una economía consta de 5 ciudadanos con los siguientes ingresos anuales: 1 u.m., 4 u.m., 90 u.m., 1 u.m. y 4 u.m. (siendo u.m. = unidades monetarias).

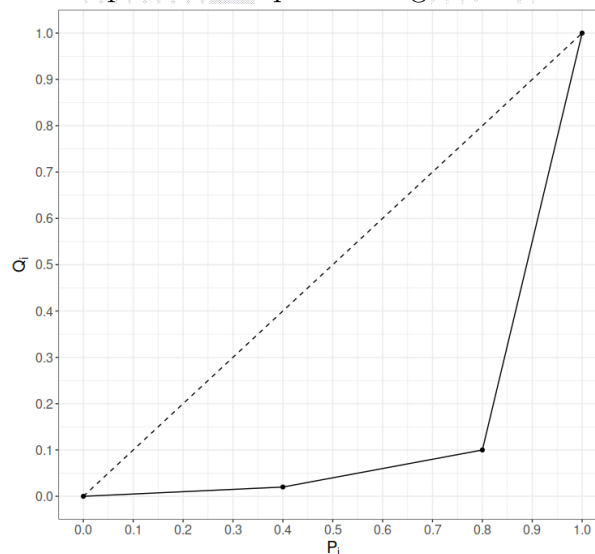
Calcule el índice de Gini. Represente la curva de Lorenz. Comente los resultados obtenidos.

Solución:

En primer lugar vamos a calcular las frecuencias acumuladas relativas (P_i) y los ingresos acumulados relativos Q_i :

x_i	n_i	N_i	$x_i \cdot n_i$	$\sum_{j=1}^i x_j \cdot n_j$	P_i	Q_i
1	2	2	2	2	0,4	0,02
4	2	4	8	10	0,8	0,10
90	1	5	90	100	1	1

Ubicando dichos puntos nos queda la siguiente curva de Lorenz:

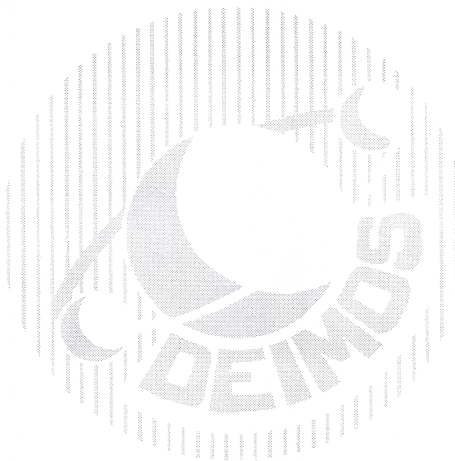


Además, el cálculo del índice Gini es:

$$IG = \frac{\sum_{i=1}^{k-1} P_i - Q_i}{\sum_{i=1}^{k-1} P_i} = \frac{(0,4 - 0,02 + 0,8 - 0,1)}{0,4 + 0,8} = \frac{1,06}{1,2} \approx 0,88.$$

Vemos que la curva de Lorenz está muy lejos de la diagonal indicadora de máxima igualdad, y además el índice de Gini tiene un valor muy elevado. Por

tanto estamos ante una economía donde los ingresos tienen un reparto muy desigual, lo cual ya se ve en el enunciado al ver que 4 ciudadanos perciben 4 o menos unidades monetarias y otro ciudadano recibe 90 unidades monetarias.



5 Describa brevemente en qué consiste y para qué se utiliza el método de ajuste mínimo cuadrático entre dos variables y justifique razonadamente cuándo utilizaría un ajuste de este tipo.

Solución:

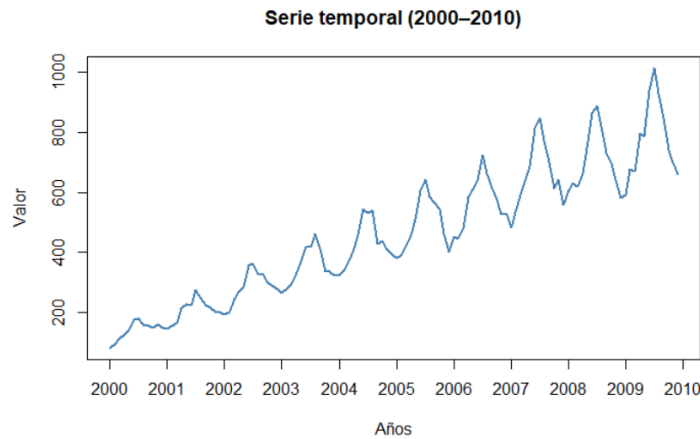
Dadas dos variables X e Y con los puntos $(x_i, y_i)_{i=1}^n$ el ajuste mínimo cuadrático consiste en resolver un problema de optimización matemática en el que buscamos una función f que nos dé unos valores ajustados, $f(x_i) = \hat{y}_i$, tales que se minimice la expresión:

$$\sum_{i=1}^n (f(x_i) - y_i)^2 = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - y_i)^2.$$

Si por ejemplo nos restringimos al caso en que f es una función lineal tenemos una regresión lineal por mínimos cuadrados.

Un ajuste mínimo cuadrático se puede utilizar en cualquier circunstancia en que pretendamos estimar una variable a partir de una función de otra variable. Lo importante para que los resultados sean adecuados es que el tipo de función que utilicemos (lineal, polinómica, exponencial...) sea adecuada para capturar la verdadera relación existente entre las variables.

9 Dado el siguiente gráfico de una serie temporal:



Conteste de forma breve y razonada a las siguientes preguntas:

1. ¿La serie presenta tendencia?
2. ¿La serie presenta estacionalidad?
3. ¿Es preferible usar un modelo aditivo o multiplicativo para modelizar la serie?
4. ¿La serie es estacionaria?

Solución:

1. La serie presenta una clara tendencia creciente, posiblemente de carácter lineal.
2. Sí, la serie tiene una estacionalidad marcada, ya que vemos oscilaciones que se repiten año a año.
3. Dado que la amplitud de las oscilaciones estacionales que observamos crece al aumentar la tendencia apreciándose un efecto de embudo en la gráfica, es más adecuado un modelo multiplicativo para modelizar la serie.
4. La serie no es estacionaria pues la tendencia, y por tanto la esperanza, aumenta con el tiempo. Además la variabilidad de la serie temporal también crece con el tiempo, lo que refuerza la no estacionariedad de la serie temporal.

10 El análisis clúster o clustering, ¿es una técnica de aprendizaje supervisada o no supervisada? Justifique brevemente su respuesta.

Describa el algoritmo de clustering de K-medias.

Solución:

El análisis clúster es una técnica de aprendizaje no supervisado ya que trata de encontrar grupos en situaciones en las que no existen etiquetas o grupos en el conjunto de datos. Es decir, no hay una variable respuesta de interés, sino que el objetivo es crear grupos utilizando conjuntamente todas las variables del conjunto de datos.

El algoritmo de K-medias es una técnica concreta de clustering basada en prototipo. El parámetro K determina la cantidad de grupos a formar y a grandes rasgos su funcionamiento es el siguiente:

1. Elección de K centroides o prototipos iniciales aleatoriamente entre los puntos del conjunto de datos.
2. Cálculo de la distancia de cada punto del conjunto de datos a los centroides. Se asigna cada observación al grupo del centroide que se encuentra a menor distancia.
3. Con los grupos formados en el paso previo se recalculan los centroides, habitualmente utilizando el promedio de las observaciones que forman cada grupo.
4. Se repiten los pasos 2 y 3 hasta que los centroides tienen un cambio muy pequeño o no cambian.

12 Indique qué índice de precios elegiría para proceder a la deflación de una serie estadística. Elija entre el índice de precios de Laspeyres y el índice de precios de Paasche. Argumente su respuesta apoyándose en el desarrollo de las fórmulas.

Solución:

La deflatación de una serie estadística consiste en eliminar el efecto precio de sus valores o en otras palabras pasar de una serie expresada en unidades monetarias corrientes (unidades monetarias del año actual) a una serie expresada en unidades monetarias constantes (unidades monetarias del año base).

Así, se pretende pasar mediante un índice de precios de tener $\sum_i p_{it}q_{it}$ a tener $\sum_i p_{i0}q_{it}$, de manera que se utilicen los mismos precios que en el periodo base, quedando así eliminado el efecto de los precios. Los índices de precios más utilizados son el índice de precios de Paasche y el de Laspeyres, siendo este último el utilizado en la elaboración del IPC. Vamos a ver que ocurre si deflatamos utilizando cada uno de ellos:

Deflatación con índice precios Laspeyres:

$$Lp_0^t = \frac{\sum_i p_{it}q_{i0}}{\sum_i p_{i0}q_{i0}} \Rightarrow \frac{\sum_i p_{it}q_{it}}{Lp_0^t} = \frac{\sum_i p_{it}q_{it}}{\frac{\sum_i p_{it}q_{i0}}{\sum_i p_{i0}q_{i0}}} \neq \sum_i p_{i0}q_{it}.$$

Deflatación con índice precios Paasche:

$$Pp_0^t = \frac{\sum_i p_{it}q_{it}}{\sum_i p_{i0}q_{it}} \Rightarrow \frac{\sum_i p_{it}q_{it}}{Pp_0^t} = \frac{\sum_i p_{it}q_{it}}{\frac{\sum_i p_{it}q_{it}}{\sum_i p_{i0}q_{it}}} = \sum_i p_{i0}q_{it}.$$

Así, el índice de precios más apropiado como deflactor es el índice de precios de Paasche, y sería por ejemplo la manera más adecuada de deflatar el PIB. No obstante, no es extraño utilizar como deflactor un índice de precios de Laspeyres por la alta disponibilidad del IPC, por ejemplo si se quiere una deflatación rápida del PIB en un momento dado donde se cuenta con el IPC pero en cambio no se dispone de la información o el tiempo necesario para deflatar con un índice de precios de Paasche.

Nota: Mismo ejercicio que el 5 de las cuestiones ED-4.

Muestreo

23 Queremos estimar el total de una variable numérica X en una población. Para ello, usamos un diseño muestral estratificado, con muestreo aleatorio simple en cada estrato.

La población es de tamaño $N = 1000$ y la dividimos en tres estratos de tamaños:

$$N_1 = 200, \quad N_2 = 300, \quad N_3 = 500.$$

Se pretende tomar una muestra de tamaño 20 mediante muestreo estratificado.

1. Calcule los tamaños muestrales por estrato usando afijación proporcional.
2. Obtenga la expresión del estimador de Horvitz-Thompson para el total.

Solución:

1. Denotamos a los pesos de los estratos por $W_h = N_h/N$ de manera que tenemos:

$$W_1 = \frac{200}{1000} = 0,2, \quad W_2 = \frac{300}{1000}, \quad W_3 = \frac{500}{1000} = 0,5.$$

Usando la afijación proporcional tenemos que el tamaño muestral de cada estrato es $n_h = W_h \cdot n$ y utilizando los datos del enunciado:

$$n_1 = 20 \cdot 0,2 = 4, \quad n_2 = 20 \cdot 0,3 = 6, \quad n_3 = 20 \cdot 0,5 = 10.$$

2. La expresión del estimador de Horvitz-Thompson para el total en este caso de muestreo estratificado viene dada por la suma del estimador del total de Horvitz-Thompson en cada estrato:

$$\hat{X}_{HT,st} = \sum_{h=1}^3 \hat{X}_{HT,h} = \sum_{h=1}^3 \sum_{i=1}^{n_h} \frac{X_{h,i}}{\pi_{h,i}}.$$

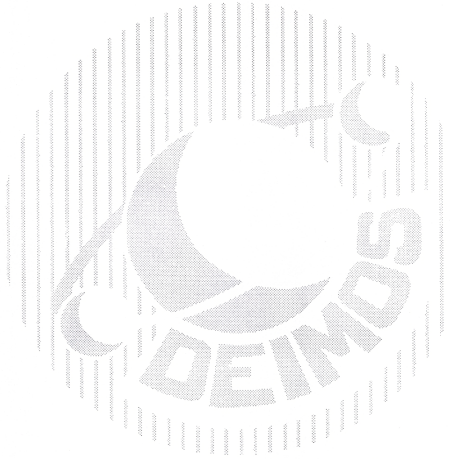
Como la afijación es proporcional tenemos que:

$$\pi_{h,i} = \frac{n_h}{N_h} = \frac{W_h n}{W_h N} = \frac{n}{N} = \frac{20}{1000} = \frac{1}{50}.$$

Y utilizando en la expresión anterior:

$$\hat{X}_{HT,st} = \sum_{h=1}^3 \hat{X}_{HT,h} = 50 \cdot \sum_{h=1}^3 \sum_{i=1}^{n_h} X_{h,i}.$$

Es decir, nos queda el total muestral sumado de los 3 estratos multiplicado por $N/n = 50$.



24 En un pedido de 1.000 lotes de 40 piezas, se toma una muestra sin reposición de 20 lotes: 9 sin defectos, 8 con 1 defecto y 3 con 2 defectos.

Estime el número total de piezas defectuosas en el pedido.

Solución:

Estamos ante un caso de muestreo por conglomerados en una etapa, donde los conglomerados son los lotes, $N = 1000$ y las unidades últimas son las piezas. Tenemos que se seleccionan aleatoriamente sin reposición y probabilidad iguales $n = 20$ lotes. En este caso de muestreo por conglomerados en una etapa sin reposición y probabilidades iguales podemos usar el estimador lineal insesgado de Horvitz y Thompson:

$$\hat{X}_{congl} = \frac{N}{n} \sum_{i=1}^n X_i,$$

donde X_i denota el total poblacional del conglomerado i . Con los datos del enunciado la estimación resultante del número de piezas defectuosas en los 1000 lotes es:

$$\hat{X}_{congl} = \frac{1000}{20} \cdot (9 \cdot 0 + 8 \cdot 1 + 3 \cdot 3) = \frac{1000 \cdot 14}{20} = \frac{1000 \cdot 7}{10} = 700.$$

Informática

25 ¿Qué es un sistema operativo? Indique cuáles son sus objetivos y describa brevemente las cuatro funciones principales de un sistema operativo.

Solución:

Un sistema operativo es un programa que actúa como intermediario entre el usuario y el hardware de un computador y su propósito es proporcionar un entorno en el cual el usuario pueda ejecutar programas. El objetivo principal de un sistema operativo es lograr que el sistema de computación se use de manera cómoda, y el objetivo secundario es que el hardware del computador se emplee de manera eficiente.

El sistema operativo tiene 4 funciones principales:

- Proporcionar una interfaz de línea de comando o una interfaz gráfica al usuario, para que este último se pueda comunicar con la computadora.
- Administrar los dispositivos de hardware en la computadora. Cuando corren los programas, necesitan utilizar la memoria, el monitor, las unidades de disco, los puertos de Entrada/Salida.... El sistema operativo sirve de intermediario entre los programas y el hardware.
- Administrar y mantener los sistemas de archivo de disco.
- Apoyar a otros programas por ejemplo listando archivos, gestionando la memoria...

Nota: Esta solución es casi copiando del temario del INE. A mí no me gusta decir que el sistema operativo tiene 4 principales funciones, tiene muchas funciones relevantes como la gestión de procesos, el control de la memoria principal, gestión de archivos y almacenamiento, proporcionar una interfaz al usuario, gestión de dispositivos de entrada y salida... Si habéis descrito lo que es un sistema operativo y nombrado algunas de estas funciones también estará bastante bien y espero que lo califiquen positivamente.

26 Dada la cadena de bits 100011, indique el número decimal que representa si se trata de:

1. Un número natural.
2. Una representación en magnitud y signo.

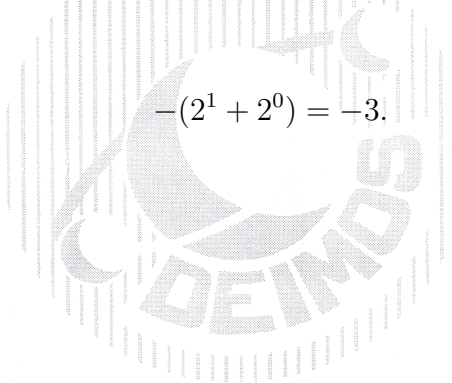
Solución:

1. Si se trata de un número natural ha de ser:

$$1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 32 + 2 + 1 = 35.$$

2. Si se trata de una representación en magnitud y signo el primer bit se reserva para el signo. Como el primer bit es 1, sabemos que se trata de un número negativo, y los 5 dígitos restantes nos indican la magnitud resultando:

$$-(2^1 + 2^0) = -3.$$



PROCESO SELECTIVO CONVOCADO POR RESOLUCIÓN DE 22 DE DICIEMBRE DE 2025, DE LA SUBSECRETARÍA DE ECONOMÍA, COMERCIO Y EMPRESA (BOE 29 DE DICIEMBRE DE 2025)

Economía

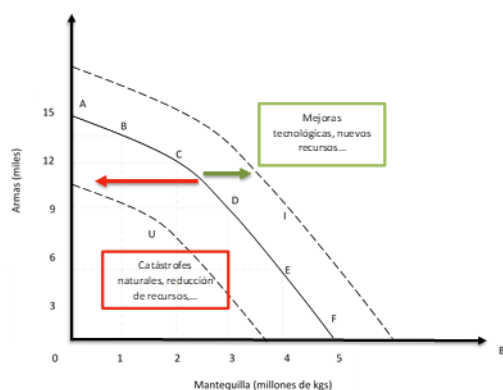
Pregunta 13. Defina el concepto de Frontera de Posibilidades de Producción (FPP) y dé un ejemplo de una situación que la desplace hacia la izquierda y otro que la desplace hacia la derecha.

Solución

La Frontera de Posibilidades de Producción (FPP) es una curva que muestra las máximas combinaciones de bienes y servicios que una economía puede producir utilizando todos sus recursos de forma eficiente y dada una tecnología.

Desplazamiento hacia la derecha (crecimiento económico): ocurre cuando aumenta la capacidad productiva (mejora tecnológica, aumento de factores productivos o mejor formación de los trabajadores). Por ejemplo: una innovación tecnológica que permite producir más con los mismos recursos.

Desplazamiento hacia la izquierda cuando disminuye la capacidad productiva (caso contrario al anterior). Por ejemplo: catástrofes naturales o reducción de recursos (emigración).



Pregunta 14. Defina el concepto de Relación Marginal de Sustitución (RMS) y calcúlela para las siguientes funciones de utilidad:

- $U(x, y) = x + y$
- $U(x, y) = x \cdot y$
- $U(x, y) = \ln(x) + \ln(y)$

Solución

La Relación Marginal de Sustitución (RMS) mide la cantidad de un bien que el consumidor está dispuesto a sacrificar de un bien (Y) para obtener una unidad adicional de otro bien (X), manteniendo el mismo nivel de utilidad.

Matemáticamente, se define como:

$$RMS_{xy} = \frac{UMg_x}{UMg_y}$$

Donde UMg_x y UMg_y son las utilidades marginales de x e y .

- $U(x, y) = x + y$

$$UMg_x = \frac{\partial U}{\partial x} = 1, \quad UMg_y = \frac{\partial U}{\partial y} = 1 \rightarrow RMS = \frac{1}{1} = 1$$

Bienes perfectamente sustitutivos, cambio una unidad de un bien por otra de otro.

- $U(x, y) = x \cdot y$

$$UMg_x = \frac{\partial U}{\partial x} = y, \quad UMg_y = \frac{\partial U}{\partial y} = x \rightarrow RMS = \frac{y}{x}$$

$$UMg_x = \frac{\partial U}{\partial x} = y, \quad UMg_y = \frac{\partial U}{\partial y} = x \rightarrow RMS = \frac{y}{x}$$

La RMS no es constante, depende de la cantidad de bienes que tenga el consumidor: Si consume mucho y y poco x , estará dispuesto a renunciar a bastante y por una unidad extra de x . Si consume mucho x , la cantidad de y que está dispuesto a sacrificar será menor. Representan unas preferencias con bienes complementarios imperfectos, donde ambos bienes son necesarios para generar utilidad.

- $U(x, y) = \ln(x) + \ln(y)$

$$UMg_x = \frac{\partial U}{\partial x} = \frac{1}{x}, \quad UMg_y = \frac{\partial U}{\partial y} = \frac{1}{y} \rightarrow RMS = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{y}} = \frac{y}{x}$$

Pregunta 15. Considere una economía IS-LM en donde $C=200+0,75Y_d$, $I=200-25i$, mientras que las compras del estado y la recaudación de impuestos de cuantía fija son ambos de 100 en términos reales. La demanda real de dinero toma la forma de $L=Y-100i$. La oferta nominal de dinero es de 1.000 y el nivel de precios es $P=2$. Se pide:

1) Hallar la curva IS

2) Hallar la curva LM

Solución

La curva IS representa puntos de equilibrio en el mercado de bienes. Es decir, situaciones en las que la producción sea igual a la demanda agregada. Siendo la demanda agregada la suma de consumo, inversión y gasto público (economía cerrada).

$$Y = C + I + G$$

Sustituimos cada componente por su expresión:

$$C = 200 + 0,75Y_d = 200 + 0,75(Y - T) = 200 + 0,75(Y - 100) = 125 + 0,75Y$$

$$I = 200 - 25 \cdot i$$

$$G = 100$$

Sustituimos: $Y = 125 + 0,75Y + 200 - 25 \cdot i + 100 = 425 + 0,75 \cdot Y - 25 \cdot i$

$$Y - 0,75Y = 425 - 25i \rightarrow 0,25Y = 425 - 25i \rightarrow Y = 1700 - 100i \quad [\text{IS}]$$

La curva LM representa puntos de equilibrio en el mercado de dinero. Es decir, situaciones en las que la oferta monetaria en términos reales sea igual a la demanda de saldos reales. Es decir,

$$\frac{M}{P} = L(Y, i)$$

Sustituimos:

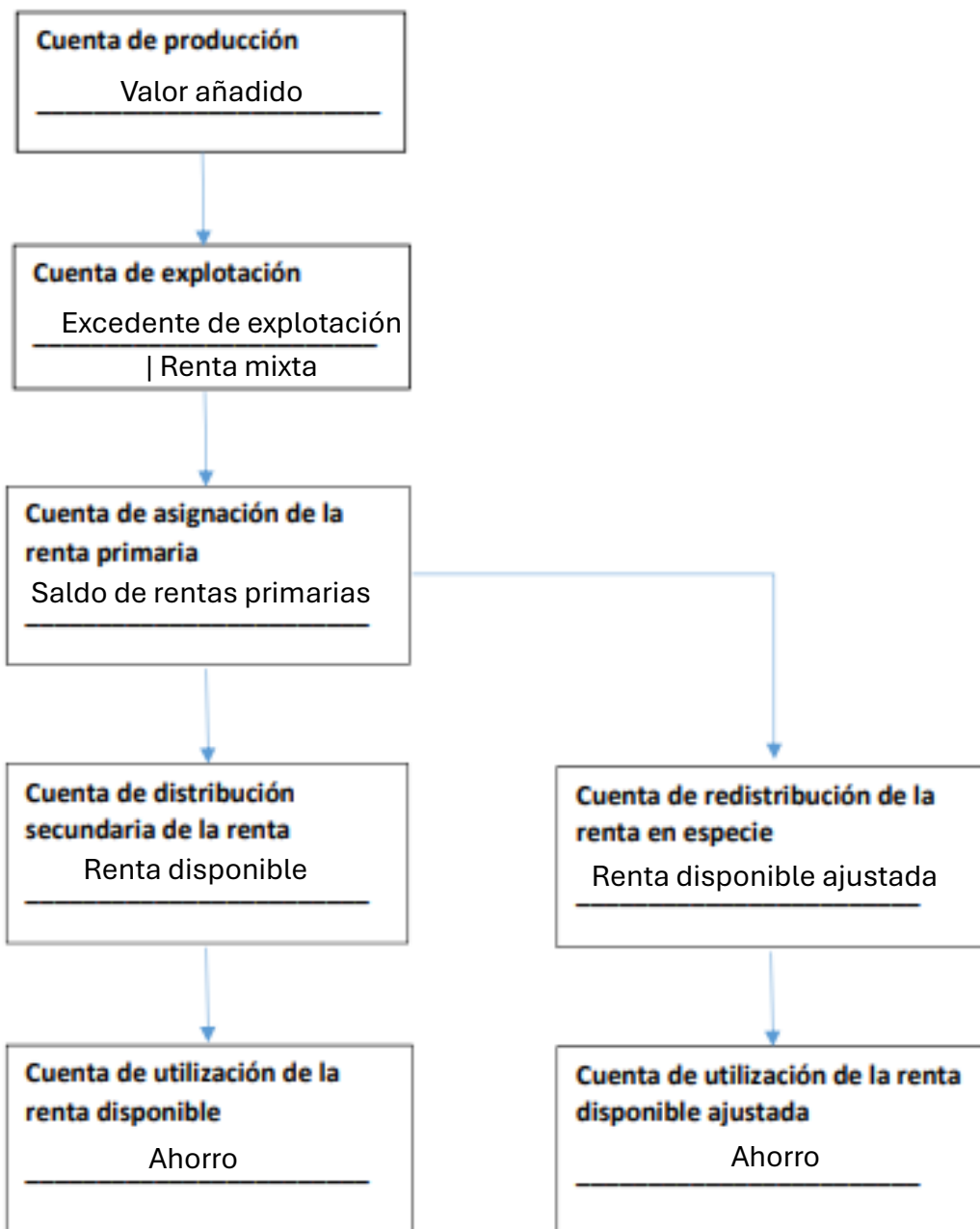
$$\frac{M}{P} = \frac{1000}{2} = 500, \quad L(Y, i) = Y - 100 \cdot i$$

Igualemos: $500 = Y - 100i$

Despejamos: $Y = 500 + 100i \quad [\text{LM}]$

Pregunta 16. Complimente el siguiente esquema indicando los saldos contables de la sucesión de cuentas corrientes en términos de flujos.

Solución



Pregunta 17. Defina los conceptos de “nacional” e “interior” según su significado dentro de las Cuentas Nacionales y explicando la diferencia entre ellos. ¿La remuneración que percibe un asalariado fronterizo que reside en Marruecos por trabajar en la recogida de la fresa en Huelva pertenece a la Renta Nacional Bruta (RNB)? Justifique la respuesta.

Solución

Interior: Hace referencia al territorio económico de un país, con independencia de la nacionalidad de quienes realizan la actividad. Por ejemplo

Nacional: Hace referencia a los residentes económicos del país, independientemente de dónde realicen la actividad.

Relativo a la remuneración de los asalariados interior o nacional, la diferencia es que la remuneración de los asalariados interior incluye las rentas generadas en el territorio económico (independientemente de quién lo perciba). Por otra parte, la remuneración de asalariados nacional recoge las rentas percibidas por los residentes en el territorio económico (independientemente de donde se generen). Para pasar de la remuneración de asalariados interior a la nacional se suman las rentas de residentes en el extranjero y se restan las rentas generadas por no residentes dentro del país.

$$\begin{aligned} \text{Renta nacional} &= \text{Renta interior} + \text{rentas recibidas del exterior} \\ &- \text{rentas pagadas al exterior} \end{aligned}$$

La remuneración de un trabajador que reside en Marruecos (no residente en España), pero trabaja en Huelva (España), sí forma parte del PIB de España (concepto interior), porque el trabajo se realiza en territorio español, pero no forma parte de la RNB de España, porque el trabajador no es residente en España.

Por tanto, no pertenece a la Renta Nacional Bruta (RNB) de España ya que la RNB solo incluye rentas de los residentes. En este caso, el salario se paga a un no residente, por lo que se considera una renta que sale (se resta al pasar de PIB a RNB).

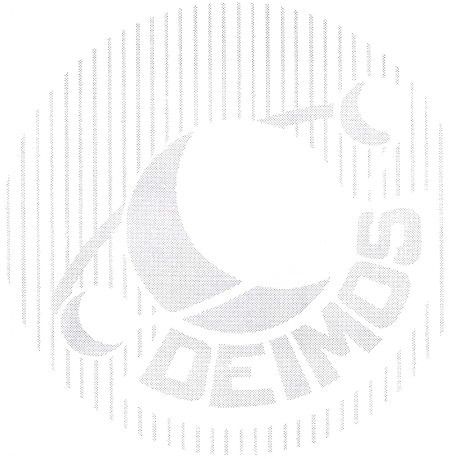
Pregunta 18. Defina la productividad en términos de Contabilidad Nacional. Enumere una de las métricas que suelen utilizar los países en relación con este término.

Solución

La productividad es la relación entre la cantidad de bienes o servicios producidos y los recursos utilizados para producirlos. Es decir, mide qué tan eficientemente se usan los factores productivos (trabajo, capital, etc.).

Una forma común de medirla es la productividad del trabajo, que se calcula como:

$$Productividad = \frac{Producción\ total}{Número\ de\ trabajadores}$$



Solución Examen Cuestiones A2 2026

Bloque III - Demografía

Pregunta 19

¿Cuál es la diferencia principal entre el Padrón Municipal y el Censo de población?
Describe ambos brevemente.

SOLUCIÓN:

La diferencia principal entre el Padrón Municipal y el Censo de población radica en su naturaleza: el Padrón es un registro administrativo y el Censo de población es una operación estadística.

El **Padrón municipal** es el registro administrativo donde constan los vecinos del municipio. La formación, mantenimiento, revisión y custodia del Padrón municipal corresponde al Ayuntamiento y sus datos constituyen prueba de la residencia en el municipio y del domicilio habitual en el mismo. Es un registro contínuo que se actualiza constantemente.

Recoge información básica: nombre y apellidos, sexo, domicilio habitual, nacionalidad, lugar y fecha de nacimiento y DNI (tratándose de extranjeros, el documento que lo sustituya).

Los Ayuntamientos deben remitir las variaciones mensuales que se vayan produciendo en los datos de sus Padrones municipales al INE para que éste realice las comprobaciones oportunas en aras de subsanar posibles errores y duplicidades y para que las cifras oficiales resultantes de las revisiones anuales puedan ser declaradas oficiales.

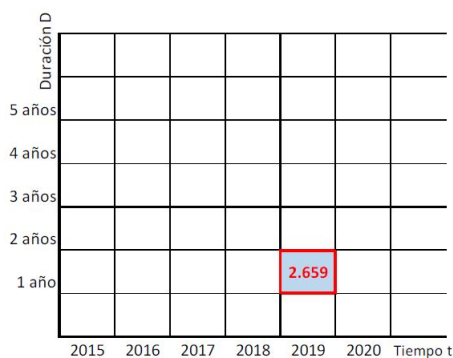
De modo que se trata de un registro administrativo gestionado por los ayuntamientos pero coordinado por el INE.

El **Censo de población** es una operación estadística mediante la que se realiza el recuento de la población de un país que permite conocer las características sociales y demográficas de las personas (edad, estado civil, estudios...) y constituye la operación de mayor rango dentro de la actividad estadística oficial.

La operación estadística Censos de Población y Viviendas se elaboraba cada 10 años y relacionaba las características de los habitantes con las de las viviendas que ocupaban. A finales de 2023 el INE comenzó a publicar censos de población anuales, que ofrecerán en diciembre de cada año las cifras oficiales de la población residente a España a 1 de enero, junto con sus características demográficas. Gracias a estos nuevos censos, se podrá disponer de información actualizada cada año, en el caso de la población, y cada tres o cuatro años en el caso de las viviendas, en lugar de cada 10 como sucedía con los anteriores censos decenales.

Pregunta 20

Suponiendo que el fenómeno estudiado es la mortalidad, explique cómo interpretaría el recuadro que aparece en el siguiente diagrama de Lexis. Incluya qué tipo de flujo es, qué representan las líneas que limitan el rectángulo y a qué cohortes pertenecen los individuos fallecidos.



SOLUCIÓN:

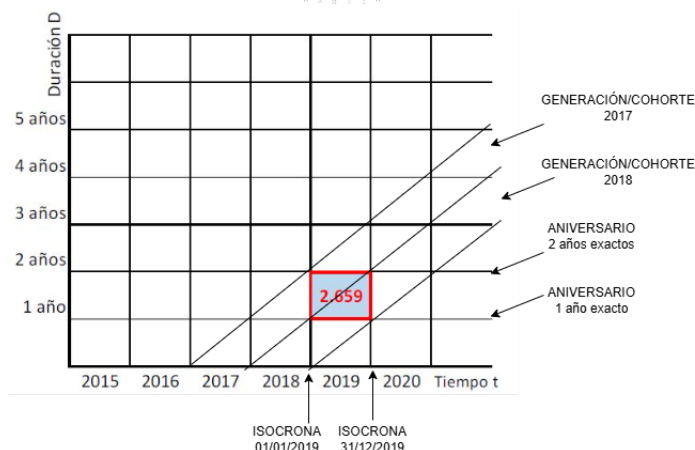
El recuadro que aparece en el diagrama de Lexis destacado en rojo representa el número de sucesos ocurridos de un evento observado, en este caso la mortalidad, teniendo en cuenta el tiempo como calendario y el tiempo como edad. Es decir, ha habido 2659 fallecidos durante el 2019 con 1 año cumplido.

Se trata de una variable de tipo flujo de salida de la población, al contrario de lo que sería un nacimiento (de entrada).

El rectángulo está limitado por:

- Dos líneas horizontales: dos líneas aniversario, una de edad exacta 1 año y otra de edad exacta 2 años;
- Dos líneas verticales: dos isocronas, una referente al momento concreto del calendario 01/01/2019 y otra referente a 31/12/2019 ¹.

Los fallecidos remarcados en el diagrama de Lexis pertenecen a las cohortes de 2017 y 2018.



¹Recordad que la fecha 31/12/2019 es equivalente a decir 01/01/2020, por lo que el ejercicio estaría igualmente bien hecho si hubiésemos respondido con su fecha equivalente.

Pregunta 21

Explique cómo se define la Tasa bruta de Mortalidad y la Tasa de Mortalidad Infantil de una población cualquiera objeto de estudio en un año t .

SOLUCIÓN:

Según la metodología de la operación Indicadores Demográficos Básicos (IDB) publicada por el INE cada año:

- La **Tasa bruta de mortalidad** se define como el total de defunciones a lo largo del año t de personas pertenecientes a un determinado ámbito por cada 1000 habitantes de ese ámbito. Es decir:

$$TBM^t = \frac{D^t}{P^t} \cdot 1000,$$

donde:

- D^t son las defunciones registradas durante el año t de personas pertenecientes al ámbito de estudio,
- P^t es la población residente media en el ámbito de estudio en el año t .

NOTA: En general el término “Tasa Bruta de Mortalidad” se emplea cuando el indicador se refiere al total de defunciones ocurridas en un determinado ámbito geográfico (total nacional, comunidad autónoma o provincia), mientras que cuando se evalúa el fenómeno restringido a un subconjunto poblacional, dentro del ámbito geográfico considerado, el indicador se denomina simplemente “Tasa de Mortalidad” (por ejemplo la Tasa de Mortalidad distinguiendo por sexo).

- La **Tasa de mortalidad infantil** se define como el total de defunciones de menores de un año de vida, pertenecientes a un determinado ámbito, por cada 1000 nacidos vivos en ese ámbito. Es decir:

$$TMI^t = \frac{D_0^t}{NV^t} \cdot 1000,$$

donde:

- D_0^t son las defunciones registradas durante el año t , de menores de un año cumplido de vida, que pertenecen al ámbito de estudio,
- NV^t son el total de nacidos vivos registrados durante el año t , de madre perteneciente al ámbito de estudio.

Pregunta 22

Defina qué es una proyección de población y el método general de cálculo del INE.

SOLUCIÓN:

Según la metodología de las *Proyecciones de la Población* publicadas por el INE², las proyecciones de población constituyen una simulación estadística de la población en caso de mantenerse las tendencias y comportamientos demográficos actualmente observados.

No constituye una predicción, ya que no tiene como objetivo determinar cuál es la evolución más probable. La proyección que realiza el INE la hace para el total de España, sus comunidades autónomas y provincias en los próximos años, así como la evolución de cada uno de los fenómenos demográficos básicos asociados. El horizonte de proyección es de 50 años para el total nacional y de 15 años para las comunidades autónomas y provincias. Se trata de una operación bienal.

El método general de cálculo del INE está basado en el método clásico de componentes. La aplicación de dicho método responde al siguiente esquema: partiendo de la población residente en un cierto ámbito geográfico y de los datos observados para cada uno de los componentes demográficos básicos, la mortalidad, la fecundidad y la migración, se trata de obtener la población correspondiente a fechas posteriores bajo ciertas hipótesis sobre el devenir de esos tres fenómenos, que son los que determinan su crecimiento y su estructura por edades.

Es decir, partiendo de la ecuación de la dinámica poblacional, que descompone la población según los principales fenómenos demográficos que afectan a la misma se trata de proyectar cada fenómeno demográfico por separado atendiendo a su propia naturaleza, estableciendo las hipótesis de crecimiento adecuadas a cada uno de ellos:

$$P^{t+n} = P^t + (N^{t,t+n} - D^{t,t+n}) + (I^{t,t+n} - E^{t,t+n}),$$

donde:

- P^{t+n} la población residente en el ámbito de estudio en el año $t + n$,
- P^t la población residente en el ámbito de estudio en el año t ,
- $N^{t,t+n}$ el total de nacidos registrados durante el periodo $t - t + n$,
- $D^{t,t+n}$ el total de fallecidos registrados durante el periodo $t - t + n$,
- $I^{t,t+n}$ el total de inmigraciones ocurridas durante el periodo $t - t + n$ al ámbito de estudio,
- $E^{t,t+n}$ el total de emigraciones ocurridas durante el periodo $t - t + n$ desde ámbito de estudio.

²Última publicación proyección de España 2024-2074

RESPUESTAS EXAMEN DIPLOMADOS. ABRIL 2026

Bloque VI – Derecho Público y Organización del Estado.

Pregunta 27.

De acuerdo con lo dispuesto en la Ley Orgánica 5/1985, de 19 de junio, del Régimen Electoral General, responda a las siguientes cuestiones:

- 1) ¿Cuál es el órgano encargado de la formación del censo electoral?**
- 2) ¿En qué organismo autónomo está encuadrada?**
- 3) ¿Qué dos censos componen el censo electoral?**
- 4) ¿Con qué periodicidad se actualiza el censo electoral?**
- 5) ¿Qué personas están inscritas en el censo electoral?**

La Oficina del Censo Electoral es el órgano encargado de la formación del censo electoral.

Se encuentra encuadrada en el Instituto Nacional de Estadística (INE).

El censo electoral está compuesto por el censo de los electores residentes en España y por el censo de los electores residentes-ausentes que viven en el extranjero.

La actualización del censo electoral es mensual, con referencia al día primero de cada mes.

El Censo electoral contiene la inscripción de quienes reúnen los requisitos para ser elector y no se hallen privados, definitiva o temporalmente, del derecho de sufragio.

Pregunta 28.

De acuerdo con lo dispuesto en la Ley 12/1989, de 9 de mayo, de la Función Estadística Pública:

1) Indique los tipos de infracciones previstos en la ley.

Infracciones leves, graves y muy graves.

2) Clasifique las siguientes infracciones según las categorías indicadas en el apartado anterior.

a) El incumplimiento del deber del secreto estadístico.

Infracción muy grave.

b) El suministro de datos falsos a los servicios estadísticos competentes.

Infracción muy grave.

c) El envío de datos incompletos o inexactos cuando no hubiere causado perjuicio grave para el servicio, y hubiere obligación de suministrarlos.

Infracción grave.

d) El envío de datos incompletos o inexactos cuando se produjese grave perjuicio para el servicio, y hubiere obligación de suministrarlos.

Infracción grave.

3) Indique las cuantías de las multas previstas para cada tipo de infracción.

Las infracciones muy graves serán sancionadas con multas de 3.005,07 a 30.050,61 euros.

Las infracciones graves serán sancionadas con multas de 300,52 a 3.005,06 euros.

Las infracciones leves se sancionarán con multas de 60,11 a 300,51 euros.

Pregunta 29.

Indique siete funciones atribuidas al Rey en el Título II de la Constitución Española.

Sancionar y promulgar las Leyes.

Convocar y disolver las Cortes Generales y convocar elecciones.

Convocar a referéndum en los casos previstos en la CE.

Nombrar y separar a los miembros del Gobierno, a propuesta de su Presidente.

El mando supremo de las Fuerzas Armadas.

Ejercer el derecho de gracia con arreglo a la Ley.

El Alto Patronazgo de las Reales Academias.

Pregunta 30.

En relación con la figura del Delegado del Gobierno, de conformidad con la Ley 40/2015, de 1 de octubre, de Régimen Jurídico del Sector Público:

1) Indique si se trata de un órgano superior o directivo, si ostenta la condición de alto cargo y de qué órganos depende.

2) Indique cómo se determina la suplencia del Delegado del Gobierno en los casos de ausencia, vacante o enfermedad del titular.

Los Delegados del Gobierno son órganos directivos con rango de Subsecretario, ostentando la condición de alto cargo, dependen orgánicamente del Presidente del Gobierno y funcionalmente del Ministerio competente por razón de la materia.

En caso de ausencia, vacante o enfermedad del Delegado del Gobierno, será suplido por el Subdelegado del Gobierno que el Delegado haya designado y, en su defecto, al de la provincia en que tenga su sede.