José Manuel Gamboa Mutuberría
Catedrático de Álgebra. Universidad Complutense de Madrid.

Francisco José Baena Muñoz
Profesor de Enseñanza Secundaria.

Braulio de Diego Martín
Catedrático de Matemáticas de Enseñanza Secundaria (excedente).
Profesor Titular de Escuela Universitaria. Universidad de Alcalá de Henares.

Agustín Llerena Achútegui
Catedrático de Matemáticas de Enseñanza Secundaria.
Profesor Asociado. Universidad de Alcalá de Henares.

José María Lorenzo Magán
Profesor de Enseñanza Secundaria.
Profesor Asociado. Universidad Complutense de Madrid.

María Belén Rodríguez Rodríguez
Profesora de Enseñanza Secundaria.

José Francisco Fernando Galván
Profesor Titular de Álgebra. Universidad Complutense de Madrid.

Bruno Salgueiro Fanego
Profesor de Enseñanza Secundaria.

PROBLEMAS DE OPOSICIONES

MATEMÁTICAS

Tomo 9
(2017 y 2018)

DEIMOS

Preparación del ejercicio práctico de las Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria

© Editorial Deimos
Glorieta del Puente de Segovia, 3
28011 Madrid
Tel.: 91 479 23 42 y 669 31 64 06
www.academiadeimos.es
editorial@academiadeimos.es

I.S.B.N: 978-84-86379-95-7 (Tomo 9)
Depósito legal: M-1214-2019

Imprime: SERVICE POINT

Prólogo

Dos años después de la edición del volumen 8 de la colección *Problemas de Oposiciones de Matemáticas* que la Editoral Deimos publica desde hace más de 40 años, presentamos al lector el volumen 9, que recoge los problemas propuestos en Galicia en la convocatoria de 2017 y los propuestos en todas las comunidades en las que se celebraron oposiciones en 2018, excepto los de Navarra y Baleares, cuyos enunciados no hemos encontrado. Los resolveremos en cuanto alguien nos los facilite. Nada podemos aportar acerca del Ejercicio práctico propuesto en la Comunidad Canaria, que consistió en la descripción de una *intervención didáctica sobre un supuesto contextualizado en el ámbito canario.*

Este es el primer volumen de la colección escrito en LaTeX, y comparte con los anteriores la profusión de figuras, que juzgamos imprescindibles para exponer las soluciones con claridad. Es por ello que no hemos escatimado ni tiempo en elaborarlas ni espacio en el que plasmarlas. Otra novedad, relacionada inicialmente con la anterior, es la incorporación al elenco de autores del Prof. José F. Fernando, que hace subir, y mucho, la habilidad del equipo en la resolución de problemas y hace descender, y mucho, la edad media de los autores.

Como viene siendo norma para nosotros, siempre que hemos encontrado soluciones esencialmente distintas de un mismo problema las hemos incorporado. En ocasiones hemos considerado que el lector medio de esta obra podría necesitar explicaciones previas de los ingredientes que empleamos en la solución. Por ello algunas soluciones comienzan con el imprescindible preámbulo que pretende hacer del libro una obra (casi) autocontenida.

Alguno de los enunciados propuestos es falso, y otros requieren una interpretación imaginativa para poder resolverlos. De ello damos cuenta detallada en la exposición de las soluciones, aunque nos hubiera gustado haber eliminado el error o la ambigüedad del enunciado, pues es sabido que los problemas se repiten de unas convocatorias a otras, . . . , y sería lamentable que los errores se perpetuasen.

En este volumen hemos optado por incluir soluciones de cada problema, sin remitir al lector a otro volumen anterior en el que hubiera sido resuelto, aún en el supuesto de que no hayamos tenido la imaginación suficiente para inventar una solución mejor. Hemos pensado que esto hace más útil la obra que el lector tiene entre sus manos, aunque lo que de verdad es útil al preparar el ejercicio práctico de las actuales oposiciones es intentar resolver los problemas por uno mismo. Hecho esto recomendamos acudir al libro, para así confirmar que la solución es correcta, para aprender una solución distinta si ese fuese el caso o para descubrir cómo resolverlo si nos hemos rendido. O, por qué no, para percatarse de que los autores hemos cometido algún error. En este último caso agradeceríamos al lector que se pusiese en contacto con nosotros para advertirnos.

No podemos finalizar este prólogo sin agradecer a la Editorial Deimos el esfuerzo que significa publicar libros de estas características, destinados a un mercado ciertamente reducido, al profesor Valentín Caballero su ayuda para resolver los escabrosos problemas en los que interviene la didáctica y a nuestras familias el haberles privado de nuestra compañía durante las horas de preparación del libro.

Madrid, Enero 2019

LOS AUTORES

Índice de problemas por Comunidades Autónomas

Año 2017

Año 2018

Índice temático de problemas

Álgebra

Análisis real

Cálculo diferencial

Cálculo integral

Combinatoria

Estadística

Geometría

Probabilidad

Topología

Variable compleja

MUESTRA DE PROBLEMAS SELECCIONADOS

Problema propuesto en la Comunidad de Castilla-La Mancha en Junio de 2018

Número 18.31. Demuestre que todos los términos de la sucesión (a_n) son múltiplos de 600, donde
$$a_n := (n^2 - 1)(n^2 + 1)(n^4 - 16)n^2.$$

Solución. Dado que $600 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5^2 = 8 \cdot 3 \cdot 25$, el número entero a_n será múltiplo de 600 si y sólo si lo es de 8, de 3 y de 25. Para probarlo conviene factorizar a_n:
$$a_n = (n^2 - 4)(n^2 - 1)n^2(n^2 + 1)(n^2 + 4),$$
y razonamos como sigue.

i) a_n es múltiplo de 8. En efecto, si n es par también lo es n^2 y también lo son $n^2 - 4$ y $n^2 + 4$, por lo que el producto de los tres es múltiplo de 8. Si n es impar, n^2 es impar, luego los números $n^2 - 1$ y $n^2 + 1$ son pares consecutivos, por lo que uno es múltiplo de 4, así que $(n^2 - 1)(n^2 + 1)$ es múltiplo de 8. En ambos casos deducimos que a_n es múltiplo de 8.

ii) a_n es múltiplo de 3. Esto es inmediato pues sus factores $n^2 - 1$, n^2 y $n^2 + 1$ son tres enteros consecutivos, por lo que uno de ellos es múltiplo de 3.

iii) a_n es múltiplo de 25. Si n es múltiplo de 5 entonces n^2 lo es de 25 luego a_n lo es también. Por otro lado, si n no es múltiplo de 5 el Pequeño Teorema de Fermat asegura que $(n^2 - 1) \cdot (n^2 + 1) = n^4 - 1$ es múltiplo de 5 y que, en consecuencia, también es múltiplo de 5 el factor $n^4 - 16 = (n^4 - 1) - 15$ lo que implica que $a_n = n^2(n^4 - 1) \cdot (n^4 - 16)$ es múltiplo de 25.

Problema propuesto en la Comunidad de Cataluña en Junio de 2018

Número 18.46. Sea $A(t)$ el área limitada en el primer cuadrante entre la elipse de ecuación $4x^2+y^2=1$, la recta $y=1$ y la recta $x=t$, para $0\le t\le \frac{1}{2}$. Calcule los valores máximo y mínimo de $A(t)$.

Solución. Despejamos $y^2=1-4x^2$ en la ecuación de la elipse y, a la vista de la Figura 1, nos quedamos con los valores positivos de y, esto es, $y=\sqrt{1-4x^2}$. El área $A(t)$ es la del triángulo curvilíneo encerrado entre la elipse $4x^2+y^2=1$, la recta $y=1$ y la recta $x=t$, y su valor es

$$A(t)=\int_0^t\left(1-\sqrt{1-4x^2}\right)dx.$$

Dada la continuidad de la función integrando en los $t\in[0,\frac{1}{2}]$, la función A es derivable, por el Teorema Fundamental del Cálculo, y su derivada es

$$A'(t)=1-\sqrt{1-4t^2}$$

para cada $t\in[0,\frac{1}{2}]$. Esta derivada sólo se anula si $1=\sqrt{1-4t^2}$, esto es, en $t=0$, siendo $A'(t)>0$ siempre que $0<t<\frac{1}{2}$. Por tanto, A es estrictamente creciente en el intervalo $[0,\frac{1}{2}]$ y, en consecuencia, el valor mínimo es $A(0)=0$ mientras que el valor máximo es

$$A\left(\frac{1}{2}\right)=\int_0^{1/2}\left(1-\sqrt{1-4x^2}\right)dx.$$

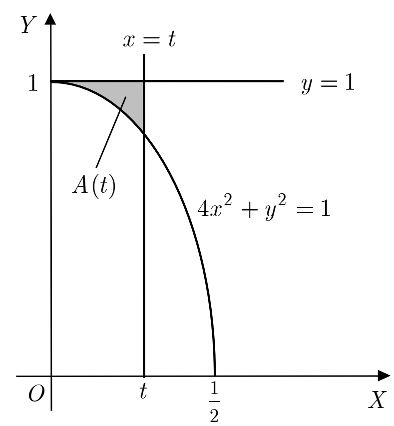


Figura 1: **Área encerrada**

Para calcular esta integral efectuamos el cambio de variable $x:=\frac{\operatorname{sen}u}{2}$. Así $u=0$ cuando $x=0$ y $u=\frac{\pi}{2}$ cuando $x=\frac{1}{2}$, de manera que, como $dx=\frac{\cos u\,du}{2}$, resulta:

$$\begin{aligned}
A\left(\frac{1}{2}\right) &= \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}(1-\cos u)\cos u\,du \\
&= \frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\cos u\,du \\
&\quad - \frac{1}{4}\int_0^{\pi/2}(1+\cos 2u)\,du \\
&= \left[\frac{\operatorname{sen} u}{2}\right]_0^{\pi/2} - \frac{1}{4}\left[u+\frac{\operatorname{sen} 2u}{2}\right]_0^{\pi/2} \\
&= \frac{1}{2}-\frac{\pi}{8}.
\end{aligned}$$

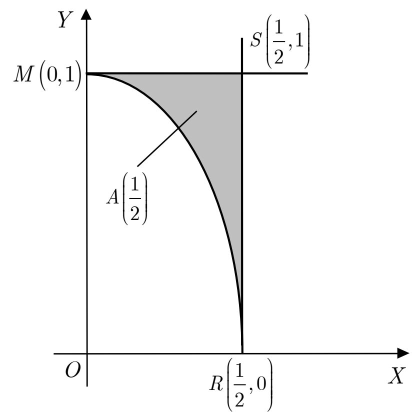


Figura 2: **Área hasta** $t=\frac{1}{2}$

Podríamos haber calculado el valor máximo $A\left(\frac{1}{2}\right)$ sin necesidad de integrar. La recta $x=\frac{1}{2}$ es la recta tangente en el punto $R := \left(\frac{1}{2},0\right)$ a la elipse de ecuación

$$\frac{x^2}{1/4}+\frac{y^2}{1^2}=1.$$

Por tanto, $A\left(\frac{1}{2}\right)$ es el resultado de restar al área del rectángulo de vértices O, R, S y M de la Figura 2, cuyos lados miden $OM=1$ y $OR=\frac{1}{2}$, la cuarta parte del área de la elipse cuyos semiejes miden $\frac{1}{2}$ y 1. El área del rectángulo es $OM\cdot OR=\frac{1}{2}$ y la de la elipse es $\pi\cdot 1\cdot\frac{1}{2}=\frac{\pi}{2}$, por lo que

$$A\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}-\frac{\pi}{8}.$$

Problema propuesto en la Comunidad de Extremadura en Junio de 2018

Número 18.63. Un tanque cilíndrico de radio R y altura h, sin tapa superior, se encuentra lleno de agua hasta un nivel a, donde $a \leq h$. Se elige al azar un punto cualquiera sobre la superficie del cilindro, incluyendo el fondo, y allí se hace una perforación. Halle el valor esperado del volumen de agua en el tanque después de realizar la perforación y haberse vaciado el agua hasta el punto de perforación.

Solución. Consideremos inicialmente la variable aleatoria

$$X := \textit{altura del punto donde se hace la perforación},$$

que toma valores en el intervalo $[0, h]$ y cumple las siguientes propiedades:

(i) La probabilidad de que la altura del punto donde se hace la perforación sea cero coincide con la probabilidad de que el punto de perforación se realice en la base del cilindro. Como el área del cilindro es $\pi R^2 + 2\pi Rh$ y la de la base del cilindro es πR^2, se tiene

$$p(X = 0) = \frac{\pi R^2}{\pi R^2 + 2\pi Rh} = \frac{R}{R + 2h}.$$

(ii) En el resto del soporte de esta variable, es decir, en el intervalo $(0, h]$, asumimos que su distribución es uniforme, esto es, existe $k \in \mathbb{R}$ tal que su función de densidad f_X es:

$$f_X(x) = k \ \text{ para todo } \ 0 < x \leq h.$$

Para calcular el valor de k observamos que

$$1 = p(X = 0) + \int_0^h f_X(x)\, dx = \frac{R}{R + 2h} + kh \quad \Longrightarrow \quad k = \frac{2}{R + 2h}.$$

Resumiendo, X es una variable aleatoria mixta que cumple

$$p(X = 0) = \frac{R}{R + 2h}, \quad f_X(x) = \frac{2}{R + 2h} \quad \text{para} \quad 0 < x \leq h.$$

Consideremos ahora la variable aleatoria V que mide el *volumen de agua en el tanque después de haberse vaciado el agua situada por encima de la perforación.* Esta nueva variable está relacionada con la definida anteriormente como sigue:

$$V = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad X = 0 \\ \pi R^2 X & \text{si} \quad 0 < X < a \\ \pi R^2 a & \text{si} \quad a \leq X \leq h \end{cases}$$

De este modo, el valor esperado de esta variable, que también es mixta, lo calculamos de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} E[V] &= 0 \cdot p(V=0) + \int_0^a \pi R^2 x \cdot f_X(x)dx + \int_a^h \pi R^2 a \cdot f_X(x)dx \\ &= \frac{2\pi R^2}{R+2h} \int_0^a xdx + \frac{2\pi R^2 a}{R+2h} \int_a^h dx = \left(\frac{2\pi R^2}{R+2h}\right) \cdot \frac{a^2}{2} + \frac{2\pi R^2 a}{R+2h} \cdot (h-a) \\ &= \frac{\pi R^2 a^2}{R+2h} + \frac{2a\pi R^2(h-a)}{R+2h} = \frac{\pi R^2 a(2h-a)}{R+2h}. \end{aligned}$$

Problema propuesto en la Comunidad de Galicia en Junio de 2018

Número 18.67. Las circunferencias $\mathcal{C}_0$, $\mathcal{C}_1$,..., $\mathcal{C}_n, \ldots$ son tangentes a dos rectas a y b que se cortan en un punto P, y cada $\mathcal{C}_n$ es tangente a la siguiente de menor radio, que es $\mathcal{C}_{n+1}$. Llamaremos O_n al centro de la circunferencia $\mathcal{C}_n$, r_n a su radio, A_n a su punto de tangencia con la recta a, T_n a su punto de tangencia con $\mathcal{C}_{n+1}$ y d_n a la distancia de P a O_n. Sean, además, $r_0 = 3$ y $d_0 = 12$.

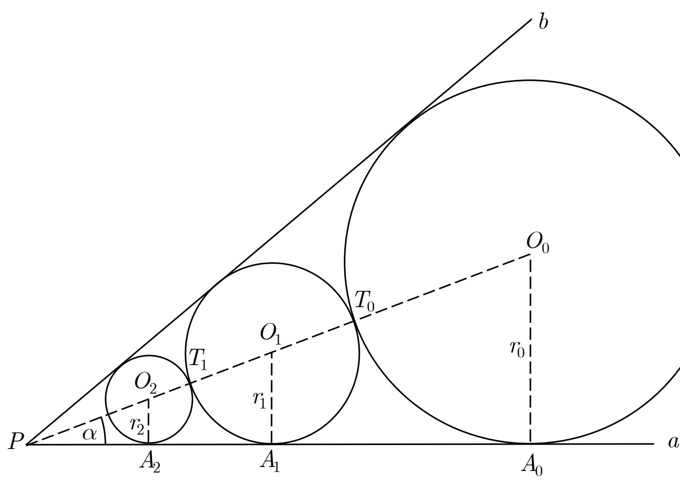
(1) *Exprese r_n y d_n en función de n.*

(2) *Calcule el límite de la suma de las áreas de todos los círculos.*

(3) *Pruebe que los triángulos $\triangle A_n T_n A_{n+1}$ son semejantes y rectángulos en T_n.*

Solución. (1) Con las notaciones de la figura sea α el ángulo que forman la recta a y la que une los centros de las circunferencias. Entonces,

$$\frac{r_n}{d_n} = \operatorname{sen}\alpha = \frac{r_0}{d_0} = \frac{1}{4} \quad \text{para cada } \ n \geq 0.$$



Como las circunferencias $\mathcal{C}_n$ y $\mathcal{C}_{n+1}$ son tangentes,

$$d_n = \operatorname{dist}(P, O_n) = \operatorname{dist}(P, O_{n+1}) + \operatorname{dist}(O_{n+1}, O_n) = d_{n+1} + r_{n+1} + r_n,$$

y por tanto,

$$4r_n = d_n = d_{n+1} + r_{n+1} + r_n = 4r_{n+1} + r_{n+1} + r_n,$$

es decir, $3r_n = 5r_{n+1}$, luego $\frac{r_{n+1}}{r_n} = \frac{3}{5}$ para cada entero no negativo n. Por tanto (r_n) es una progresión geométrica de razón $\frac{3}{5}$ cuyo primer término es $r_0 = 3$. Así,

$$r_n = r_0 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^n = 3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^n \quad \text{y} \quad d_n = 4r_n = 12 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^n.$$

(2) El área S_n del círculo encerrado por la circunferencia $\mathcal{C}_n$ es

$$S_n = \pi r_n^2 = 9\pi \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{2n},$$

y la suma de todas ellas es

$$\begin{aligned}\sum_{n=0}^{\infty} S_n = \sum_{n=0}^{\infty} 9\pi \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^{2n} &= 9\pi \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{5}\right)^{2n} = 9\pi \cdot \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{9}{25}\right)^{n} \\ &= 9\pi \left(\frac{1}{1 - \frac{9}{25}}\right) = \frac{225\pi}{16}.\end{aligned}$$

(3) Denotemos $\mathcal{T}_n$ el triángulo $\triangle A_n T_n A_{n+1}$. Probaremos que para cada entero $n \geq 0$ los triángulos $\mathcal{T}_n$ y $\mathcal{T}_{n+1}$ son semejantes. Para ello, y puesto que los lados $A_{n+1}A_{n+2}$ y $A_n A_{n+1}$ están situados en la misma recta, es suficiente demostrar que los segmentos $A_{n+2}T_{n+1}$ y $A_{n+1}T_n$ son paralelos y también lo son los segmentos $A_{n+1}T_{n+1}$ y $A_n T_n$.

Los triángulos $\triangle PA_{n+1}O_{n+1}$ y $\triangle PA_n O_n$ son semejantes por ser rectángulos, respectivamente, en O_{n+1} y O_n, y compartir el ángulo en el vértice P. Por tanto,

$$\frac{3}{5} = \frac{r_{n+1}}{r_n} = \frac{PO_{n+1}}{PO_n} = \frac{PA_{n+1}}{PA_n}.$$

En consecuencia,

$$\frac{PT_{n+1}}{PT_n} = \frac{PO_{n+2} + r_{n+2}}{PO_{n+1} + r_{n+1}} = \frac{3}{5}.$$

Esto implica que los triángulos $\triangle PA_{n+2}T_{n+1}$ y $\triangle PA_{n+1}T_n$ son semejantes pues, además, comparten el ángulo en P.

Entonces los segmentos $A_{n+2}T_{n+1}$ y $A_{n+1}T_n$ son paralelos, ya que los lados PA_{n+2} y PA_{n+1} están en la misma recta y lo mismo sucede con los segmentos PT_{n+1} y PT_n. También son semejantes los triángulos $\triangle PA_{n+1}T_{n+1}$ y $\triangle PA_n T_n$ pues comparten el ángulo en P y

$$\frac{PA_{n+1}}{PA_n} = \frac{3}{5} = \frac{PT_{n+1}}{PT_n}.$$

Esto implica que los segmentos $A_{n+1}T_{n+1}$ y A_nT_n son paralelos, lo que concluye la prueba de la semejanza de los triángulos $\mathcal{T}_n$ y $\mathcal{T}_{n+1}$. Por último, para probar que los triángulos $\mathcal{T}_n$ son rectángulos en T_n observamos que, puesto que $T_{n+1}T_n$ es un diámetro de la circunferencia $\mathcal{C}_{n+1}$, se tiene $\measuredangle T_nA_{n+1}T_{n+1} = \frac{\pi}{2}$, es decir, $T_nA_{n+1} \perp A_{n+1}T_{n+1}$. Ya hemos visto que los segmentos $A_{n+1}T_{n+1}$ y A_nT_n son paralelos, luego los segmentos T_nA_{n+1} y A_nT_n son perpendiculares, es decir, $\mathcal{T}_n$ es rectángulo en T_n.

PUBLICACIONES

- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 1: 1969 a 1980.**
  Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria.
  Matemáticas.
  CUARTA EDICIÓN. I.S.B.N. 978-84-86379-94-0.
  Autores: Braulio de Diego y Elías J. Gordillo.

  Obra dedicada a la resolución, con todo detalle, de los 509 problemas propuestos en las citadas oposiciones, en 598 pág., ofreciéndose dos métodos de resolución cuando se ha considerado oportuno.

- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 2: 1981 a 1987.**
  Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria.
  Matemáticas.
  TERCERA EDICIÓN. I.S.B.N. 978-84-86379-89-6.
  Autores: Braulio de Diego y Elías J. Gordillo.

  Contiene, en 768 páginas, 773 problemas totalmente[1] resueltos que fueron propuestos en las citadas oposiciones, convocadas tanto por el M.E.C. como por diferentes Autonomías.

- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 3: 1988 a 1995.**
  Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria.
  Matemáticas.
  SEGUNDA EDICIÓN. I.S.B.N. 978-84-86379-34-6.
  Autores: Braulio de Diego, Agustín Llerena y Mariano Llerena.

  Contiene totalmente[1] resueltos 551 problemas propuestos en las citadas oposiciones, en 672 pág., convocadas tanto por el M.E.C. como por diferentes Autonomías.

- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 4: 1996 a 2005.**
  Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria.
  Matemáticas.
  SEGUNDA EDICIÓN. I.S.B.N. 978-84-86379-86-5.
  Autores: Braulio de Diego, Agustín Llerena, Francisco Baena, Mª Belén Rodríguez, José Manuel Gamboa y José Mª Lorenzo.

  Contiene totalmente[1] resueltos 378 problemas propuestos en las citadas oposiciones, en 1004 páginas, convocadas tanto por el M.E.C. como por diferentes Autonomías.

- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 5: 2006 a 2012.**
  Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria.
  Matemáticas.
  TERCERA EDICIÓN. I.S.B.N. 978-84-86379-92-6
  Autores: Braulio de Diego, Agustín Llerena, Francisco Baena, Mª Belén Rodríguez, José Manuel Gamboa, José Mª Lorenzo y Bruno Salgueiro.

  Contiene totalmente[1] resueltos 194 problemas propuestos en las citadas oposiciones, en 718 páginas, convocadas tanto por el M.E.C. como por diferentes Autonomías

---

[1] Los problemas propuestos en convocatorias de años anteriores no se resuelven otra vez, sino que se indica un volumen de la misma colección donde figuran resueltos.

- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 6: 2014.**
  Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria.
  Matemáticas.
  I.S.B.N. 978-84-86379-87-2
  Autores: Braulio de Diego, Francisco Baena, Agustín Llerena, Mª Belén Rodríguez, José Manuel Gamboa, José Mª Lorenzo y Bruno Salgueiro.

  Contiene totalmente[1] resueltos los problemas propuestos en las citadas oposiciones, en 168 páginas, convocadas por las diferentes Autonomías

- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 7: 2015.**
  Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria.
  Matemáticas.
  I.S.B.N. 978-84-86379-91-9
  Autores: Francisco Baena, José Manuel Gamboa, Braulio de Diego, Agustín Llerena, Mª Belén Rodríguez, José Mª Lorenzo y Bruno Salgueiro.

  Contiene totalmente[1] resueltos los problemas propuestos en las citadas oposiciones, en 238 páginas, convocadas por las diferentes Autonomías

- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 8: 2016.**
  Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria.
  Matemáticas.
  I.S.B.N. 978-84-86379-93-3
  Autores: Francisco Baena, José Manuel Gamboa, Braulio de Diego, Agustín Llerena, Mª Belén Rodríguez, José Mª Lorenzo y Bruno Salgueiro.

  Contiene totalmente[1] resueltos los problemas propuestos en las citadas oposiciones, en 378 páginas, convocadas por las diferentes Autonomías

- **PROBLEMAS DE OPOSICIONES. Tomo 9: 2017 y 2018.**
  Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria.
  Matemáticas.
  I.S.B.N. 978-84-86379-95-7
  Autores: José Manuel Gamboa, Francisco Baena, Braulio de Diego, Agustín Llerena, José Mª Lorenzo, Mª Belén Rodríguez, José F. Fernando y Bruno Salgueiro.

  Contiene totalmente resueltos los problemas propuestos en las citadas oposiciones, en 278 páginas, convocadas por las diferentes Autonomías

- **TEMAS DE OPOSICIONES A PROFESOR DE ENSEÑANZA SECUNDARIA.**
  Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria.
  Matemáticas.
  SEGUNDA EDICIÓN. Tomo 1, I.S.B.N. 978-84-86379-48-3. Tomo 2, I.S.B.N. 978-84-86379-47-6. Tomo 3, I.S.B.N. 978-84-86379-49-0.
  Autores: Braulio de Diego, Francisco Padilla y Agustín Llerena.

  Obra de 3 volúmenes en la que se desarrollan todos los temas del Temario de Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria, especialidad de Matemáticas

---

[1] Los problemas propuestos en convocatorias de años anteriores no se resuelven otra vez, sino que se indica un volumen de la misma colección donde figuran resueltos.

- **PROGRAMACIONES Y UNIDADES DIDÁCTICAS.**
  Oposiciones al Cuerpo de Profesores de Enseñanza Secundaria.
  Matemáticas.
  Tomo 1, I.S.B.N. 978-84-86379-74-2. Tomo 2, I.S.B.N. 978-84-86379-75-9. Tomo 3, I.S.B.N. 978-84-86379-76-6. Tomo 4, 978-84-86379-77-3.
  Autores: Fernando García, Antonio J. López, Manuel López, José Mª Lorenzo, Jorge Quereda, Manuela Redondo y Mª Teresa Sánchez

  Figuran desarrolladas las programaciones de las asignaturas de Matemáticas de 1º y 2º de E.S.O. en el Tomo 1; 3º y 4º (Opciones A y B) de E.S.O. en el Tomo 2; las Matemáticas I y II del Bachillerato de Ciencias y Tecnología en el Tomo 3; y las Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales I y II en el Tomo 4. Además, con cada programación se desarrollan al menos quince unidades didácticas.

- **PROBLEMAS DE ÁLGEBRA LINEAL.**
  Primer curso de Escuelas Técnicas, Escuelas Universitarias y Facultades de Ciencias.
  CUARTA EDICIÓN. I.S.B.N. 978-84-86379-00-1.
  Autores: Braulio de Diego, Elías J. Gordillo y Gerardo Valeiras.

  Obra dirigida por José Luis Vicente Córdoba (Catedrático de Álgebra de la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Sevilla). Contiene 427 problemas totalmente resueltos y más de 848 cuestiones. Cada capítulo se inicia con un resumen teórico.
  Capítulo 1: Matrices. Operaciones elementales. Determinantes. Matriz inversa. Rango o característica de una matriz. Sistemas de ecuaciones lineales: método de reducción de Gauss. Capítulo 2: Espacios vectoriales. Subespacios. Dependencia lineal. Espacio cociente. Base y dimensión. Coordenadas. Cambio de base. Escalonamiento de vectores. Aplicaciones del Teorema de Rouché-Fröbenius. Capítulo 3: Aplicaciones lineales. Núcleo e imagen. Matrices asociadas a una aplicación lineal. Formas lineales. Espacio dual. Capítulo 4: Autovectores y autovalores. Polinomios característico y mínimo. Matrices diagonalizables. Diagonalización de matrices simétricas reales. Formas canónicas de Jordan: métodos de la partición de multiplicidades y de los divisores elementales. Aplicaciones.

- **EJERCICIOS DE ANÁLISIS (CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL). Primer curso de Escuelas Técnicas, Escuelas Universitarias y Facultades de Ciencias.**
  QUINTA EDICIÓN. I.S.B.N. 978-84-86379-02-5.
  Autor: Braulio de Diego.

  Capítulo 1: Interpolación. Capítulo 2: Sucesiones y topología en la recta real. Límites. Capítulo 3: Números complejos. Transformaciones. Capítulo 4: Límites y continuidad de funciones reales de variable real. Capítulo 5: Derivada y diferencial.
  Capítulo 6: Teoremas del valor medio. Regla de L'Hôpital. Fórmulas de Taylor y Mac Laurin. Curvas. Capítulo 7: Cálculo de primitivas. Integral definida. Integrales impropias. Convergencia. Capítulo 8: Series numéricas. Sucesiones y series funcionales. Convergencia uniforme. Desarrollos en series de potencias. Capítulo 9: Ecuaciones algebraicas. Aproximación de raíces. Eliminación de incógnitas.

Distribución y pedidos a:

Editorial DEIMOS
Glorieta del Puente de Segovia, n.º 3
28011 MADRID
Teléfonos: 91 479 23 42 y 669 31 64 06
www.academiadeimos.es
editorial@academiadeimos.es